UNIVERSITETET I OSLO
ØKONOMISK INSTITUTT

Eksamen i: **ECON2915 Vekst og næringsstruktur**
Exam: ***ECON2915 Growth and business structure***

Eksamensdag: 15.12.2010 **Sensur kunngjøres: 06.01.2011**
Date of exam: 15.12.2010 ***Grades will be given: 06.01.2011***

Tid for eksamen: kl. 14.30 – 17.30
Time for exam: 14.30 – 17.30

Oppgavesettet er på 7 sider
The problem set covers 7 pages ***English version on page 4.***

Tillatte hjelpemidler:
- Ingen tillatte hjelpemidler

Resources allowed:
- *No resources allowed*

Eksamen blir vurdert etter ECTS-skalaen. A-F, der A er beste karakter og E er dårligste ståkarakter. F er ikke bestått.

The grades given: A-F, with A as the best and E as the weakest passing grade. F is fail.

BOKMÅL

Oppgave 1 teller 50 %, oppgave 2 teller 50 %

Oppgave 1.

Vi skal studere en Solow vekstmodell for en lukket økonomi gitt ved

$$Y = F(K,L)$$
$$Y = C + I$$
$$\dot{K} = I - \delta K$$
$$I = \gamma Y$$
$$\frac{\dot{L}}{L} = n$$

Her er Y produksjonen, K realkapitalbeholdningen, L antall arbeidere, C konsumet, $\dot{K}$ tilveksten i kapitalbeholdningen, I investeringene og $\dot{L}/L$ vekstraten for antall arbeidere.

Alle disse variable er funksjoner av tiden. Modellen har parametrene: δ depresieringsraten, γ investeringsraten og n arbeidskraftens vekstrate. Parametrene forutsettes å være positive.

a) Hvilke forutsetninger vil du gjøre om produktfunksjonen? Forklar forutsetningene i økonomiske termer.

b) Det er to dynamiske elementer i modellen; $\dot{K}$ og $\dot{L}$. Skisser (uten å bruke matematikk) hvordan modellens variable vil utvikle seg over tid fra et bestemt tidspunkt t_0 med gitt kapitalbeholdning $K(t_0)$ og gitt arbeidskraft $L(t_0)$. Hvilken betydning har det at $\dot{K}$ kan være både positiv og negativ?

c) Omform de variable i Solow-modellen til variable per enhet arbeidskraft. Forklar hva som menes med stasjonærtilstanden (steady state) i modellen og hvorfor variablene Y/L og K/L er sentrale i en stasjonærtilstand. Vis hvordan du kommer fram til relasjonen $\dot{k} = \gamma f(k) - (\delta + n)k$ og bruk en figur til å illustrere løsningen for stasjonærtilstanden.

d) Fattige land har gjerne en lavere investeringsrate og en høyere befolkningsvekst enn rike land. Vis hvordan dette virker på stasjonærtilstanden, forutsatt at vi i begge typer land starter med en verdi av K/L som er lavere enn stasjonærtilstandene. Bruk gjerne figuren fra punkt c).

e) Vi skriver nå produktfunksjonen på formen $Y = AK^{\alpha}L^{1-\alpha}$ hvor A er produktivitetsnivået og parameteren α er mellom 0 og 1. Vis, ved å ta logaritmen på begge sider av produktfunksjonen, at vekstregnskapet kan utrykkes som

$$\frac{\dot{Y}}{Y} = \frac{\dot{A}}{A} + \alpha \frac{\dot{K}}{K} + (1-\alpha)\frac{\dot{L}}{L}$$

Forklar hva som kan ligge bak produktivitetsveksten $\dot{A}/A$ som vi forutsetter er positiv. Gjør kort rede for hvorfor parameteren α kan svare til kapitalens andel av nasjonalproduktet og (1- α) lønnsandelen. Kan vi nå ha en stasjonærløsning med Y/L konstant?

Oppgave 2

Vi betrakter en liten åpen økonomi som produserer to goder y_1 og y_2 som det kan handles med på verdensmarkedet til gitte priser p_1 og p_2. De to produksjonssektorene i landet bruker to innsatsfaktorer, arbeidskraft n og kapital k, som finnes i gitte mengder N og K. Det forutsettes full utnyttelse av faktorene, slik at $n_1+n_2 = N$ og $k_1+k_2 = K$. Produktfunksjonene forutsettes å ha konstant skalautbytte og andre egenskaper du forutsatte i oppgave 1a).

a) Forklar hva som menes med at den ene sektoren er arbeidsintensiv (for eksempel sektor 2) og den andre sektoren er kapitalintensiv (sektor 1). Illustrer begrepene ved å bruke isokvantkart.

b) Vi vil se på bruken av ressurser i landet. Vi tenker oss at hver sektor opptrer som en bedrift som tar produkt- og faktorpriser som gitte. Forklar kort hvorfor profittmaksimering ikke uten videre fører fram. Betrakt kostnadsminimeringsproblemet for sektor 1:

Min $w_1 n_1 + r_1 k_1$

under bibetingelsene

$y_1 = F_1(n_1, k_1) = y_1^o$ gitt

Her er w_1 og r_1 henholdsvis lønn og leiepris på kapital i sektor 1. Vis ved bruk av Lagrange-metoden at nødvendige førsteordensbetingelser kan skrives

$w_1 = \lambda F'_{1n}, r_1 = \lambda F'_{1k}$,

der λ er Lagrange-parameteren. Vi får en tilsvarende løsning for sektor 2. Begrunn hvorfor lønn og kapitalpris vil være like for de to sektorene i likevekt. Illustrer tilpasningen i de to sektorer ved å tegne substitumalene i faktordiagrammer. Prøv å begrunne kort hvorfor substitumalene blir faktorstråler. Husk forutsetningen om arbeids-og kapitalintensive sektorer i punkt a).

c) Fra produksjonsteorien vet vi at profittmaksimering generelt karakteriseres ved at pris er lik grensekostnad. Når produktfunksjonen har konstant skalautbytte kan kostnadsfunksjonen skrives som $C = c(w, r)y$ der w og r er felles priser på hver av faktorene. Vi bestemmer nå produksjonen i hver sektor ved å kreve full utnytting av ressursene, null profitt og pris lik grensekostnad:

$p_1 = c_1(w, r),\ p_2 = c_2(w, r)$

Prisene er gitt på verdensmarkedet. Forklar hvorfor faktorprisene i landet er upåvirket av faktortilgangen i landet, og forklar hva dette betyr for faktorprisene i landet sammenliknet med faktorprisene i andre land.

d) Vi tenker oss nå at tilgangen på kapital øker. Forklar forskjellen i produksjonsstrukturen og allokering av innsatsfaktorer i den nye langtidslikevekten. Bemerk spesielt om det skjer systematisk forskjellige endringer i henholdsvis arbeids- og kapitalintensiv sektor. Gjør gjerne bruk av en figur (bytteboksen), der opplysningene innledningsvis i oppgave 2 og det du fant under b) og c), kan brukes ved å sette inn isokvantkartene og substitumalene i bytteboksen, der lengden av sidene i denne er lik total tilgang på de to innsatsfaktorene.

Ikke glem den periodiske emneevalueringen for ECON2915 som du finner på emnesiden. Fristen er 4. januar, 2011.

ENGLISH

Problem 1 counts 50% and Problem 2 counts 50%

Problem 1.

We want to study a Solow growth model for a closed economy given by:

$$Y = F(K, L)$$
$$Y = C + I$$
$$\dot{K} = I - \delta K$$
$$I = \gamma Y$$
$$\frac{\dot{L}}{L} = n$$

Here Y is production, K real capital, L number of workers, C consumption, $\dot{K}$ increase in the capital stock, I investments and $\dot{L} / L$ the rate of growth of workers. All these variables are function of time. The model has the parameters: δ rate of depreciation, γ rate of investment and n the rate of growth of workers. The parameters are assumed to be positive.

a) Which assumptions do you want to make about the production function? Explain the assumptions in economic terms.

b) There are two dynamic elements in the model: $\dot{K}$ and $\dot{L}$. Sketch (without the use of mathematics) how the variables of the model will develop over time from a given point in time t_0 with a given stock of capital $K(t_0)$ and given amount of labour $L(t_0)$. What is the impact of the fact that $\dot{K}$ may be both positive and negative?

c) Transform the variables in the Solow model to variables per unit of labour. Explain the meaning of steady state of the model and why the variables Y/L and K/L are key variables in steady state. Show how you derive the relationship $\dot{k} = \gamma f(k) - (\delta + n)k$ and use a figure to illustrate the solution for steady state.

d) Poor countries often have a lower rate of investment and a higher rate of population growth than rich countries. Show how this influences the steady state assuming that both types of countries start with a value of K/L that is lower than the value in the steady states. You may use the figure from point c).

e) Write the production function on the form $Y = AK^{\alpha}L^{1-\alpha}$ where A is the level of productivity and the parameter parameter α is between 0 and 1. Show, by taking the logarithm on both sides of the production function, that the growth accounting may be expresses as

$$\frac{\dot{Y}}{Y} = \frac{\dot{A}}{A} + \alpha\frac{\dot{K}}{K} + (1-\alpha)\frac{\dot{L}}{L}$$

Explain what may be behind the productivity growth $\dot{A}/A$ that we assume positive. Explain briefly why the parameter α may be the capital's share of the national product and (1- α) the wage share. Is it now possible to have a steady state with Y/L constant?

Problem 2

We consider a small open economy that produces two goods that are traded on the world market to given prices p_1 and p_2. The two production sectors of the country uses two factors of production, labour n and capital k, that are available in given amounts N and K. Full employment of the factors is assumed, such that $n_1+n_2 = N$ and $k_1+k_2 = K$. The production functions are assumed to have constant returns to scale and other properties you assumed in Problem 1a).

a) Explain what is meant by the fact that one sector is labour intensive (for example sector 2) and that the other sector is capital intensive (sector 1). Illustrate the concepts using isoquant maps.

b) We will study the use of resources in the country. We assume that each sector acts as if product- and factor prices are given. Explain briefly why assuming profit maximisation may not work. Consider cost minimisation for Sector 1:

Min $w_1 n_1 + r_1 k_1$
subject to
$y_1 = F_1(n_1, k_1) = y_1^o$ given

Here w_1 and r_1 are wage rate and rental price for labour and capital, respectively. Show by using the Lagrange-method that necessary first-order conditions may be written

$$w_1 = \lambda F'_{1n}, r_1 = \lambda F'_{1k},$$

where λ is the Lagrangian parameter. We will have a similar solution for Sector 2. Explain why wages and rental price of capital will be equal for the two sectors in equilibrium. Illustrate the adaptation of the two sectors by drawing expansion paths in factor diagrams. Try to explain briefly why the expansion paths are factor rays. Remember the assumptions about labour-intensive and capital-intensive sectors in point a).

c) From the theory of production we know that profit maximisation in general is characterised by price equal to marginal cost. When the production function has constant returns to scale thecost function can be written $C = c(w,r)y$ where w and r are the common prices for each of the factors. We now determine output in each sector by demanding full utilisation of the resources, zero profit, and price equal to marginal cost:

$$p_1 = c_1(w,r), p_2 = c_2(w,r)$$

The prices are given on the world market. Explain why the factor prices are independent of the amount of resources in the country, and explain what this implies for the factor prices of the country compared with the factor prices in other countries.

d) We now assume that the amount of capital increases. Explain the difference in production structure and allocation of factors in the new long-run equilibrium. Comment especially if there are systematic different changes in the labour-intensive and the capital-intensive sector, respectively. You may use a figure (the exchange box) where the introductory information in Problem 2 and your results in b) and c) can be used by drawing the isoquant maps and expansion paths in the exchange box, where the length and height of this box, respectively, are equal to total amount of the two factors.

Please do not forget the periodic course evaluation for ECON2915, which you will find on the website for the course. The deadline is 4 January.