

## ECON 2915 Seminar 5

### 1. Regneøvelse på kostnadsfunksjonen og Shephard's lemma

Ta utgangspunkt i en Cobb-Douglas produktfunksjonen med konstant skalutbytte

$$Y = K^\alpha L^{1-\alpha} \quad (1)$$

(a) Formuler kostnadsminimeringsproblemet til en bedrift som har teknologi beskrevet ved (1) og som står overfor gitte priser  $w$  og  $q$  på henholdsvis  $L$  og  $K$ .

(b) Løs kostnadsminimeringsproblemet og finn de betingede etterspørselsfunksjonene for  $L$  og  $K$ .

(c) Vis at kostnadsfunksjonen kan skrives

$$C(q, w, Y) = Bq^\alpha w^{1-\alpha} Y \quad (2)$$

der  $B = \alpha^{-\alpha} (1-\alpha)^{\alpha-1}$ .

(d) Merk at vi kan skrive (2) som

$$C(q, w, Y) = c(q, w)Y$$

der  $c(q, w) = Bq^\alpha w^{1-\alpha}$ . Hvorfor er dette ikke overraskende?

(e) Bruk Shephards lemma til å finne de betingete etterspørselsfunksjonene basert bare på kjennskap til kostnadsfunksjonen (2). Sjekk at det stemmer med det du fant i (1b).

(f) Hvilken prosedyre for å finne de betingete etterspørselsfunksjonene synes du var enklest?

2. Vi ser på et lite åpent land som produserer to produkter  $Y_1$  og  $Y_2$  som det handles med på verdensmarkedet til gitte priser  $p_1$  og  $p_2$ . Landet har gitte ressurser,  $K$  og  $L$ , og to produksjonssektorer med hver sin produktfunksjon :

$$Y_1 = F^1(K_1, L_1), Y_2 = F^2(K_2, L_2)$$

Produktfunksjonene har de neoklassiske egenskaper som pari passu og positive, men avtakende grenseproduktiviteter.

Ressursene fordeles på de to sektorer:

$$K_1 + K_2 = K, L_1 + L_2 = L$$

Faktorprisene  $q$  og  $w$  blir bestemt i landet.

- (a) Forklar hvorfor faktorprisene blir de samme for begge sektorer.
- (b) Forklar hvorfor profittmaksimering for hver sektor kan gi problemer med å bestemme produksjonen.
- (c) Begrunn at likevektsprisene for faktorene bestemmes ved relasjonene

$$p_i = \frac{\partial C^i(q, w, Y_i)}{\partial Y_i}, i = 1, 2$$

Bruk den generelle kostnadsfunksjonen du har i 1(d) ved pari passu i begrunnelsen.

- (d) Kommenter at likevektspriser for faktorene, fordelingen av ressursene og produksjonen i hver sektor kan finnes ved å se på systemet av relasjoner:

$$\begin{aligned} w &= w(p_1, p_2) \\ q &= q(p_1, p_2) \\ K_1 + K_2 &= K \\ L_1 + L_2 &= L \\ Y_1 &= F^1(K_1, L_1) \\ Y_2 &= F^2(K_2, L_2) \end{aligned}$$

Begrunn at faktorprisene kan løses uavhengig av hva ressursene og produksjonene i hver sektor er.

- (e) Bruk de betingete etterspørselsfunksjonene og Shephard's lemma til å utlede løsningene

$$Y_1 = Y_1(p_1, p_2, L, K), Y_2 = Y_2(p_1, p_2, L, K)$$