Forelesning 8. Generell likevekt i en økonomi
BV 2.12.5, NO 2.

Modellstruktur for internasjonal handel: 2x2x2
To land, to sektorer eller varer i hvert land, to innsatsfaktorer i hvert land
Liten, åpen økonomi : impliserer at prisene på varene som det handles med er gitt på verdensmarkedet.
Innsatsfaktorer forutsettes immobile mellom land, mobile mellom de to sektorene i hvert enkelt land, gitte mengder for hvert land
Statisk likevektsmodell, ingen kapitalakkumulasjonsdynamikk,
Komparativ statikk, underforstått en utvikling mellom likevektstilstander
Dynamiske modeller, endringer over tid pga faktorene listet ovenfor

Produksjonssiden
Produktfunksjonen (representativ bedrift eller aggregert?)

$$Y_i = F^i(L_i, K_i), i = 1,2$$

Antar de neoklassiske egenskaper,
Homogen av grad 1 (konstant skalautbytte),
positive og avtakende grenseproduktiviteter
Innsatsfaktorene komplementære

$$\frac{\partial^2 F^i(L_i, K_i)}{\partial Li \partial Ki} > 0, i = 1,2$$

Kostnadsminimering
(hvorfor profittmaksimering ikke fører fram)
Optimeringsproblemet , prisene w, q er gitte

$$Min_{\{L_i, K_i\}}\ wL_i + qK_i$$
$$gitt$$
$$Y_i = Y_i^o,$$
$$Y_i = F^i(L_i, K_i), i = 1,2$$

Lagrangefunksjonen for problemet (Sydsæter: minimeringsproblem er identisk med maksimeringsproblem med motsatt fortegn for målfunksjonen)

$$\Lambda = -(wL_i + qK_i)$$
$$-\lambda(Y_i^o - F^i(L_i, K_i)), i = 1,2$$

Får nå lagrangeparameteren som et ikke-negativt tall

Nødvendige førsteordensbetingelser

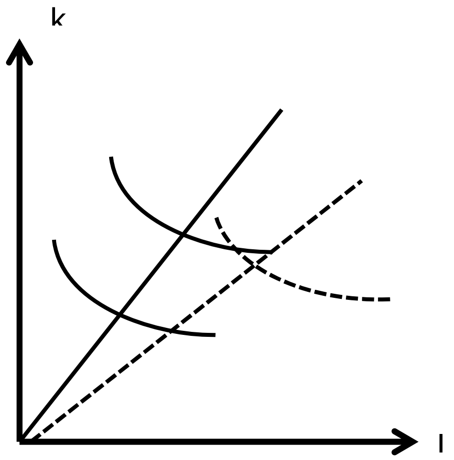
$$\frac{\partial \Lambda}{\partial L_i} = -w + \lambda F_{L_i}^i = 0$$

$$\frac{\partial \Lambda}{\partial K_i} = -q + \lambda F_{K_i}^i = 0$$

Eliminering av lagrangeparameteren

$$\frac{w}{q} = \frac{F_{L_i}^i(L_i, K_i)}{F_{K_i}^i(L_i, K_i)}$$

MSB = forholdet mellom faktorprisene.



Denne betingelsen sammen med bibetingelsen med produktfunksjonen og en gitt produksjon er to likninger i de to endogene variable L_i og K_i. Vi kan da generelt løse de endogene variable som funksjoner av de eksogene

$$L_i = L_i(w, q, Y_i^o),\ K_i = K_i(w, q, Y_i^o)$$

Dette er de betingete faktoretterspøselsfunksjonene (betinget på gitt produksjon)

Innsetting av løsningene for faktorene i faktorutlegget gir kostnadsfunksjonen

$$C_i = wL_i + qK_i = wL_i(w, q, Y_i^o) + qK_i(w, q, Y_i^o) = C_i(w, q, Y_i^o)$$

Kan droppe *o*-en som indeks på *Y*.

Egenskaper ved kostnadsfunksjonen

$C_i(w, q, Y_i^o)$ er ikke-avtakende i Y_i

$C_i(w, q, Y_i^o)$ er homogen av grad 1 i faktorprisene; $C_i(tw, tq, Y_i^o) = tC_i(w, q, Y_i^o)$

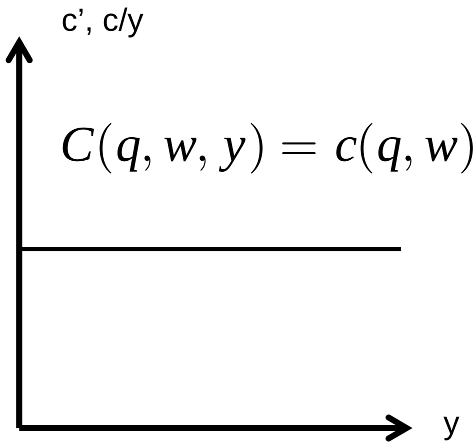
$C_i(w,q,Y_i^o)$ er konkav i faktorprisene

Homogenitet:

Hvis vi endrer faktorprisene med samme faktor i den nødvendige betingelsen når Lagrangeparameteren er eliminert ser vi at vi ikke får noen endring i de optimale løsninger for innsatsfaktorene. Dette betyr at faktorfunksjonene er homogene av grad null i faktorprisene. Homogenitetsegenskapen til kostnadsfunksjonen blir da

$$C_i(tw,tq,Y_i^o) = twL_i(tw,tq,Y_i^o) + tqK_i(tw,tq,Y_i^o) =$$
$$twL_i(w,q,Y_i^o) + tqK_i(w,q,Y_i^o) = tC_i(w,q,Y_i^o)$$

Kostnadsfunksjonen er homogen av grad 1 i faktorprisene.



Shephard's lemma

Endringer i kostnadene når faktorprisene endres:

$$\frac{\partial C_i(w,q,Y_i^o)}{\partial w} = L_i(w,q,Y_i^o) + w\frac{\partial L_i(w,q,Y_i^o)}{\partial w} + q\frac{\partial K_i(w,q,Y_i^o)}{\partial w}$$

Innsetting for faktorprisene fra førsteordensbetingelsene

$$\frac{\partial C_i(w,q,Y_i^o)}{\partial w} = L_i(w,q,Y_i^o) + w\frac{\partial L_i(w,q,Y_i^o)}{\partial w} + q\frac{\partial K_i(w,q,Y_i^o)}{\partial w} =$$
$$L_i(w,q,Y_i^o) + \lambda F_{L_i}^i \frac{\partial L_i(w,q,Y_i^o)}{\partial w} + \lambda F_{K_i}^i \frac{\partial K_i(w,q,Y_i^o)}{\partial w} =$$
$$L_i(w,q,Y_i^o) + \lambda[F_{L_i}^i \frac{\partial L_i(w,q,Y_i^o)}{\partial w} + F_{K_i}^i \frac{\partial K_i(w,q,Y_i^o)}{\partial w}] = L_i(w,q,Y_i^o)$$

Innholdet i hakeparentesen er null, det ser vi ved å derivere produktmengden mhp lønnen

$$\frac{\partial Y_i^o}{\partial w} = F_{L_i}^i \frac{\partial L_i(w,q,Y_i^o)}{\partial w} + F_{K_i}^i \frac{\partial K_i(w,q,Y_i^o)}{\partial w} = 0$$

Den deriverte av kostnadsfunksjonen mhp en faktorpris er lik den betingete faktoretterspørselsfunksjonen.

Dette kan vi også utlede ved å bruke *omhyllingsteoremet* (Sydsæter 2000, 14.6)

$$\frac{\partial(-C_i)}{\partial w} = \frac{\partial \Lambda}{\partial w} = \frac{\partial}{\partial w}[-(wL_i + qK_i) - \lambda(Y_i^o - F^i(L_i, K_i))] =$$

$$-L_i(w,q,Y_i^o) \Rightarrow \frac{\partial C_i}{\partial w} = L_i(w,q,Y_i^o)$$

Samme resultat får vi når vi ser på en endring av kapitalprisen

$$\frac{\partial C_i}{\partial q} = K_i(w,q,Y_i^o)$$