ECON 2915 – forelesning 3 (av 13)

Malthus sin teori. Befolkningsvekst i Solow-modellen.

Mandag 3.september, 2012

Forelesningen forrige uke

Sist gang inkluderte jeg et par ekstra sider som ikke var inkludert i notatene lagt ut på emnesiden. I tilfelle dere ikke rakk notere det som var ekstra, er ekstrasidene inkludert her.

Jeg repeterer også de viktigste ligningene fra kap.3 + den enkleste versjonen av Solow-modellen på tavla i dag.

Noen viktige beskjeder

- Vi har to kontaktstudenter (se emnesiden for kontaktinfo)

- Uke 40 er undervisningsfri i ECON 2915: dvs det er ingen forelesning mandag 1.oktober, heller ingen seminarer den uka

- En obligatorisk øvelsesoppgave må bestås for å få ta eksamen i ECON 2915

- Seminarene neste uke: oppg. til kap.3 *unntatt* oppg. 7 og 9

Sjekk emnesiden jevnlig: datoer for ut- og innlevering av den obligatoriske oppgaven kunngjøres på emnesiden.

Nettressursene til Weil-boka:

http://wps.aw.com/aw_weil_econgrowth_2/83/21283/5448572.cw/index.html

(quiz, spørrekort, figurer/tabeller fra boka)

Noen studie-tips

- print ut figurer/tabeller (se nettressursene til Weil-boka under "PowerPoint Slides") + forelesningsnotater til hver forelesning

- gå gjennom forelesningsnotatene igjen like etter forelesning

- gå gjennom sentrale begrep og test kunnskapene deres med en quiz etter hver forelesning (se nettressursene til Weil)

- forbered dere til seminarene og delta aktivt på seminarene

- ikke samle opp alle spørsmål dere har til seminaroppgavene til like før eksamen: spør seminarlederne underveis

Tema på forelesning
de første seks gangene

Økonomisk vekst

(1) Innledning til økonomisk vekst. Rammeverk for analysen.
(2) Produksjonsfunksjonen. Solow-modellen.
(3) Malthus sin teori. Solow-modellen med befolkningsvekst.
(4) Humankapital. Produktivitetsmåling.
(5) Teknologi.
(6) Effektivitet.

En kort oppsummering så langt

Kapittel 1 i Weil-boka:

- om BNP per innbygger som mål på økonomisk vekst
- store forskjeller mellom land i inntektsnivå og vekstrater
- 'the power of compound growth' (om eksponentiell vekst)

Kapittel 2 i Weil-boka:

- hvordan tolke spredningsdiagram ('scatter plots')
- et rammeverk for analysen av økonomisk vekst

Kapittel 3 i Weil-boka:

- Solow-modellen, bygget opp av:

(i) en produksjonsfunksjon med konstant skalautbytte og positivt, avtagende marginalprodukt

(ii) et uttrykk for endringen i kapitalbeholdningen per arbeider over tid

Dagens forelesning

Tema for dagens forelesning: befolkningsvekst
(1) Malthus sin teori.
(2) Befolkningsvekst i Solow-modellen.

Pensum for dagens forelesning:
Weil-boka, kapittel 4
(delkapittel 4.4 kan skummes gjennom)

...men først: viktige regneregler for potenser og den naturlige logaritmefunksjonen + repetisjon av noen tema (eksponetiell vekst, tiden som variabel, den enkle Solow-modellen)

Regnereglene finnes blant annet i: Sydsæter et al. (2006). *Matematisk formelsamling for økonomer.*

Potenser: denne siden deles også ut forelesning

$$a^p \cdot a^q = a^{p+q} \qquad (a \cdot b)^p = a^p \cdot b^p$$

$$\frac{a^p}{a^q} = a^{p-q} \qquad a^0 = 1$$

$$(a^p)^q = a^{p \cdot q} \qquad a^{-p} = \frac{1}{a^p}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^p = \frac{a^p}{b^p} \qquad a^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{a^p}$$

a og b er positive reelle tall, p og q er vilkårlige reelle tall

Den naturlige logaritmefunksjonen: siden deles også ut forelesning

$$e^{\ln x} = x \qquad \ln(e^x) = x$$

Produkt: $\ln(xy) = \ln x + \ln y$

Brøk: $\ln \frac{x}{y} = \ln x - \ln y$

Potens: $\ln(x^p) = p \ln x$

hvor x og y er positive

Vekstrate vs. vekstfaktor: siden deles også ut forelesning

$$\text{Vekstfaktoren} = 1 + \frac{p}{100} \qquad \text{(hvor } p \text{ står for prosent)}$$

$$\text{Vekstraten} = \frac{p}{100} \qquad (g \text{ for growth rate i Weil-boka})$$

Hvis $p = 3$: vekstfaktoren $= 1.03$, vekstraten $(g) = 0.03$

Notat på kurssiden

Det er hensiktsmessig å betrakte tiden som en kontinuerlig variabel i teoretiske resonnementer. (Bævre, 2005, s.1)

Kapitalbeholdningen med tiden som en kontinuerlig variabel:
Vi bruker notasjonen $K(t)$ når tiden betraktes som en kontinuerlig variabel, men lar ofte være å føre opp tiden eksplisitt og skriver K i stedet for en mer kompakt notasjon.

Repetisjon fra sist: eksponentiell vekst og diskret tid (se Bævre)

Eksponentiell vekst, med tiden bestraktet som en diskret variabel:

$$Y_t = Y_0(1+g)^t \qquad (\star)$$

Y_t er sluttverdien, Y_0 er startverdien, $(1+g)$ er vekstfaktoren (f.eks. 1.03) og t er antall år. Vi holder $(1+g)$ og Y_0 uendret.

(Kanskje kjenner dere igjen dette fra grunnkurset i matte på videregående, men da brukes typisk notasjonen $y = a \cdot b^x$)

Logaritmisk skala med tiden betraktet som en diskret variabel

Vi bruker en logaritmisk skala når vi ser på vekstprosessen:

$$
\begin{aligned}
Y_t &= Y_0(1+g)^t && (\star)\\
\ln Y_t &= \ln(Y_0 \cdot (1+g)^t) \\
&= \ln Y_0 + \ln((1+g)^t) \\
&= \ln(1+g) \cdot t + \ln Y_0 && (\star\star)
\end{aligned}
$$

Vi har en likning for en rett linje med stigningstall $\ln(1+g)$ og konstantledd $\ln Y_0$. (Vi holder $(1+g)$ og Y_0 uendret.)

Se Weil, kapittel 1: er vekstprosessen i virkeligheten forutsigbar? (nær en rett linje ved bruk av logaritmisk skala?)

Logaritmisk skala: tiden betraktet som en kontinuerlig variabel

$Y(t)$ er sluttverdien, $Y(0)$ er startverdien, g er vekstraten (f.eks. 0.03) og t er antall tidsenheter vi måler over.

Eksponentiell vekst, med tiden bestraktet som en kontinuerlig variabel:

$$\begin{aligned} Y(t) &= Y(0)e^{gt} \\ \ln Y(t) &= \ln(Y(0)e^{gt}) \\ &= \ln Y(0) + \ln(e^{gt}) \\ &= g \cdot t + \ln Y(0) \qquad (\star\star\star) \end{aligned}$$

Hva er sammenhengen mellom $(\star\star)$ og $(\star\star\star)$?
$(\star\star)$: $e^g \approx (1+g)$ for små verdier av g.

Sjekk på kalkulatoren, f.eks. med $g = 0.0001$, $g = 0.001$ osv.

Mest vanlig og hensiktsmessig: derivasjon mhp tid

$\Delta k = k_{t+1} - k_t$: endring fra en periode til den neste, f.eks. år

Hvis vi betrakter tiden som en kontinuerlig variabel, bruker vi "prikk-notasjon" (den deriverte mhp tid): $dk/dt = \dot{k}$. Vi har at $\dot{k}$ er den momentane endringen i k ("instantaneous change")

Formelt har vi:

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{k_{t+\Delta t} - k_t}{\Delta t} = dk/dt = \dot{k}$$

hvor Δt er tidsintervallet vi måler over.

Vekstrater: tid som diskret og kontinuerlig variabel

Vekstraten når tiden er en diskret variabel:

$$\frac{\Delta k_t}{k_t} = \frac{k_{t+1} - k_t}{k_t}$$

Vekstraten når tiden er en kontinuerlig variabel:

$$\frac{\dot{k}}{k} = \frac{dk/dt}{k}$$

Før vi repeterer Solow-modellen: generelt om økonomiske modeller

Noen punkter om økonomiske modeller (fra Jones, 2002):
- matematiske fremstillinger av noen aspekter ved økonomien
- "think of models as toy economies populated by robots (...) with elementary rules that the robots obey"
- en modell kan være veldig enkel og likevel gi enorm innsikt

"All theory depends on assumptions which are not quite true. That is what makes it theory." — Robert Solow (1956, p.65)

Kilde: Jones, C. 2002 (s.21-22). Introduction to Economic Growth. (en annen lærebok, som ikke er på pensum)

Repetisjon fra sistgang: på tavla

- Solow-modellen, bygget opp av:
(i) en produksjonsfunksjon med konstant skalautbytte og positivt, avtagende marginalprodukt
(ii) et uttrykk for endringen i kapitalbeholdningen per arbeider over tid

NB! Legg merke til at jeg har korrigert notatene om figur 3.10 i Weil-boka (se beskjedfeltet på emnesiden).

Dagens forelesning

Tema for dagens forelesning:
(1) Malthus sin teori.
(2) Befolkningsvekst i Solow-modellen.

Pensum for dagens forelesning:
Weil-boka, kapittel 4
(delkapittel 4.4 kan skummes gjennom)

Befolkningsvekst og BNP per innbygger

Weil peker innledningsvis på ulike mulige sammenhenger:
(1) rask befolkningsvekst gjør et land fattig?
(2) fattigdom gir rask befolkningsvekst?
(3) både (1) og (2), dvs kausalitet begge veier?
(4) utelatte faktorer påvirker både fattigdom og befolkningsvekst?

Se FIGUR 4.1 i Weil-boka.

Befolkningsvekst historisk sett

- verdensbefolkningen i år 1000 $<$ dagens befolkning i USA

- sterk befolkningsvekst er et nytt fenomen (siste 200 år)

- gjennomsnittlig befolkningsvekstrate:
10 000 f.Kr - starten av første århundre e.Kr: 0.04%

- gjennomsnittlig befolkningsvekstrate i perioden 1800–2000:
1800-tallet: 0.6%
første halvdel av 1900-tallet: 0.9%
siste halvdel av 1900-tallet: 1.8%

Se FIGUR 4.2 i Weil-boka.

Malthus om befolkningsvekst

Argumentet til Malthus (1798):
befolkningsvekst $\Longrightarrow$ jordbruksland tilgjengelig per person avtar $\Longrightarrow$ fattigdom tiltar $\Longrightarrow$ befolkningsveksten begrenses

Positive check (befolkningsveksten begrenses av ressursgrunnlag), preventive check (velger å få færre barn).

(*Essay on the Principle of Population*, 1798)

En illustrasjon av Malthus sin teori

Se FIGUR 4.3a og 4.3b i Weil-boka: illustrerer at befolkningsstr bestemmer inntektsnivået, som igjen bestemmer befolkningsveksten, som igjen bestemmer befolkningsstr

Stasjonærtilstanden i Malthus-modellen: null befolkningsvekst

Se FIGUR 4.4a og 4.4b i Weil-boka (implikasjon av Malthus-modellen). *Over tid:* høyere produktivitet eller mer jordbruksland fører ikke til en høyere levestandard, bare en større befolkning.

Dette er i samsvar med dataene frem til tidlig 1800-tallet.

Se FIGUR 4.5a og 4.5b i Weil-boka: "moral restraint" $\Longrightarrow$ økt levestandard

De siste to hundre årene

Utviklingen de siste to hundre årene er i strid med Malthus:

(1) Dramatisk økning i levestandard i store deler av verden.
(2) Lavest befolkningsvekst i verdens rikeste land.

I dette kapittelet fokuserer vi på punkt (2):
se FIGUR 4.6 i Weil-boka.

Forklaringskraften til Malthus-modellen kollapset rundt omkring den tiden Malthus skrev.

Har befolkningen ingen effekt på landets inntekt lenger?

Befolkningsstørrelsen er fortsatt en viktig (men ikke lenger dominerende) forklaring på landets inntekt.

I tillegg har befolknings*vekstraten* en effekt på landets inntekt gjennom effekten på landets kapitalmengde. Vi utvider Solow-modellen for å studere denne mekanismen videre.

Utvidelse av Solow-modellen: høyere befolkningsvekst gjør at kapitalbeholdningen per arbeider forringes raskere. (*Vi antar at befolkningsveksten er lik veksten i arbeidsstyrken.*)

Utvidelse av Solow-modellen: vekst i arbeidsstyrken

Frem til nå (kap.3) har antall arbeidere (L) i Solow-modellen blitt holdt konstant. Vi går nå bort fra denne antagelsen.

Vi bruker "prikk-notasjon" for den deriverte mhp tid (en momentan endring i L).

$$dL/dt = \dot{L}$$

Vekstraten (n) til arbeidsstyrken er gitt ved,

$$n = \frac{\dot{L}}{L}$$

Regning med tiden betraktet som en kontinuerlig variabel

VIKTIG REGNEREGEL: $\frac{d\ln x}{dt} = \frac{\dot{x}}{x}$

Den deriverte mhp tid av logaritmen til en variabel er vekstraten til den variabelen.

$k = K/L$

$\Longrightarrow \ln k = \ln K - \ln L$ og så benytter vi regneregelen over

$$\frac{d\ln k}{dt} = \frac{d\ln K}{dt} - \frac{d\ln L}{dt}$$

$$\frac{\dot{k}}{k} = \frac{\dot{K}}{K} - \frac{\dot{L}}{L}$$

Endring i kapitalbeholdningen per arbeider (intensivform)

Endring i kapitalmengden per arbeider over tid er gitt ved,

$$\frac{\dot{k}}{k} = \frac{\dot{K}}{K} - \frac{\dot{L}}{L} \qquad \text{(antok tidligere: } \frac{\dot{L}}{L} = 0\text{)}$$

$$\dot{k} = k\frac{\dot{K}}{K} - k\frac{\dot{L}}{L} = \frac{\cancel{K}}{L}\frac{\dot{K}}{\cancel{K}} - k\frac{\dot{L}}{L} \qquad \text{(antar nå: } \frac{\dot{L}}{L} = n\text{)}$$

$$= \frac{\gamma F(K,L) - \delta K}{L} - kn \qquad \text{(siden } \dot{K} = \gamma F(K,L) - \delta K\text{)}$$

$$= \gamma f(k) - \delta k - kn \qquad \text{(modellen på intensivform)}$$

$$= \gamma f(k) - (\delta + n)k$$

Nytt uttrykk for stastjonærtilstanden

Den nye stasjonærtilstanden (hvor $\dot{k} = 0$) er gitt ved,

$$\gamma f(k) = (\delta + n)k$$

Hvis vi bruker Cobb-Douglas produksjonsfunksjonen $f(k) = Ak^{\alpha}$, er den nye betingelsen for stasjonærtilstanden:

$$\gamma A k^{\alpha} = (n + \delta)k$$

Se FIGUR 4.7 i Weil-boka.

Tolkning av utvidelsen av modellen: høyere befolkningsvekst gir raskere forringelse av kapitalbeholdningen per arbeider. (*Vi antar at befolkningsveksten er lik veksten i arbeidsstyrken.*)

Nye uttrykk for k^{ss} og y^{ss}

Betingelsen for stasjonærtilstanden er gitt ved,

$$\gamma A k^{\alpha} = (n + \delta) k$$

Ved å skrive om ligningen ovenfor for $k = k^{ss}$, får vi,

$$k^{ss} = \left(\frac{\gamma A}{n + \delta} \right)^{1/(1-\alpha)}$$

Ved å sette dette uttrykket inn i produksjonsfunksjonen $y = Ak^{\alpha}$ med $y = y^{ss}$, får vi,

$$y^{ss} = A(k^{ss})^{\alpha} = A^{1/(1-\alpha)} \left(\frac{\gamma}{n + \delta} \right)^{\alpha/(1-\alpha)}$$

Hvis vi setter $A = 1$ i Cobb-Douglas-produksjonsfunksjonen

Hvis vi forenkler og setter $A = 1$, får vi,

$$k^{ss} = \left(\frac{\gamma}{n+\delta}\right)^{1/(1-\alpha)}$$

$$y^{ss} = \left(\frac{\gamma}{n+\delta}\right)^{\alpha/(1-\alpha)}$$

Sammenlign med uttrykkene fra kap.3 (hvor $\frac{\dot{L}}{L} = 0$).

Prediksjoner fra Solow-modellen

Tenk på to land, i og j, begge i 'steady state', som kun har forskjellig befolkningsvekst (n_i for land i og n_j for land j).

Vi antar at de to landene har samme verdi av A, α, δ og γ.

$$y_i^{ss} = A^{1/(1-\alpha)} \left(\frac{\gamma}{n_i + \delta} \right)^{\alpha/(1-\alpha)}$$

$$y_j^{ss} = A^{1/(1-\alpha)} \left(\frac{\gamma}{n_j + \delta} \right)^{\alpha/(1-\alpha)}$$

$$\frac{y_i^{ss}}{y_j^{ss}} = \left(\frac{n_j + \delta}{n_i + \delta} \right)^{\alpha/(1-\alpha)}$$

Talleksempel (fortsatt)

$$\frac{y_i^{ss}}{y_j^{ss}} = \left(\frac{n_j + \delta}{n_i + \delta}\right)^{\alpha/(1-\alpha)}$$

Anta: $\alpha = 1/3$, $\delta = 0.05$, $n_i = 0\%$ og $n_j = 4\%$.

$$\frac{y_i^{ss}}{y_j^{ss}} = \left(\frac{0.04 + 0.05}{0.00 + 0.05}\right)^{1/2} \approx 1.34$$

Med antagelsene vi har gjort, vil landet med null befolkningsvekst (land i) ha en inntekt som er 34% høyere enn landet med 4% befolkningsvekst (land j).

Oppsummering: Malthus versus Solow

Viktige forskjeller i analysen:
(1) samspillet mellom befolkning og landressurser (Malthus) vs. samspill mellom befolkning og kapital (Solow)
(2) endogen befolkningsstørrelse (Malthus) vs. eksogen befolkningsvekst (Solow)

Den demografiske overgangen

'Den demografiske overgangen':
prosessen hvor landets befolkning endrer karakteristika (mortalitet og fertilitet) når landet utvikles

Forventet levealder

Forventet levetid ved fødsel (“forventet levealder”) brukes for å måle dødelighet.

Det var liten/ingen endring i forventet levealder før 1700-tallet.

Se FIGUR 4.8 og 4.9 i Weil-boka.

Økning i forventet levealder

Kilder til økning i forventet levealder:
(1) bedre levestandard (mat, boforhold, sanitære forhold)
(2) forbedring i offentlige helsetiltak (vann- og kloakksystem)
(3) økt tilbud om medisinsk behandling

Rask økning i forventet levealder i utviklingsland på 1900-tallet kan forklares ved at disse tre faktorene inntraff samtidig.

Summasjonsnotasjon: til appendikset til kapittel 4

Når vi skal skrive lange summer, bruker vi bokstaven $\sum$ (stor gresk sigma) som summasjonssymbol.

F.eks. kan "summen fra $i = 1$ til $i = n$ av N_i" skrives,

$$\sum_{i=1}^{n} N_i = N_1 + N_2 + \cdots + N_n$$

(se f.eks. Sydsæter sin lærebok i ECON 2200)

"Total Fertility Rate": appendikset til kap.4 i Weil-boka

$$\text{Total Fertility Rate (TFR)} = \sum_{i=0}^{T} F(i)$$

$F(i)$ er den aldersspesifikke fruktbarhetsraten (gjennomsnittlig antall barn som en kvinne i en gitt alder vil føde i et gitt år).

Se FIGUR 4.14 i Weil-boka (data fra 1999, TFR er arealet under grafen): 2.1 for USA of 6 for Nigeria.

Se FIGUR 4.10 i Weil-boka (tall fra USA, 1860–2005): ikke en jevn utvikling over tid.

"The Survivorship Function": appendikset til kap.4 i Weil-boka

Se FIGUR 4.13 i Weil-boka: en overlevelsesfunksjon

$$\text{forventet levealder} = \sum_{i=0}^{T} \pi(i)$$

hvor $\pi(i)$ = sannsynligheten for å være i live ved alder i og hvor T er høyeste alder oppnådd.

Forventet levealder i Sverige (arealet under kurven) steg fra 38.5 år i 1780 til 79 år i 1980.

"Net Rate of Reproduction": appendikset til kap.4 i Weil-boka

Netto reproduktiv rate er definert som antall døtre som hver jente som er født kan forvente å føde.

$$\text{Net Rate of Reproduction (NRR)} = \beta \sum_{i=0}^{T} \pi(i) F(i)$$

hvor β er andelen nyfødte som er jenter

Se FIGUR 4.11 i Weil-boka. Tall for forventede antall barn og forventet levealder kan variere selv om NRR er lik.

Se TABELL 4.1 – 4.2 i Weil-boka: tall fra India og Nigeria, to av verdens mest befolkningsrike land.

Neste forelesning

Tema for dagens forelesning:
(1) Humankapital
(2) Produktivitetsmåling

Pensum for neste forelesning:
Weil-boka, kapittel 6 og 7