Forelesning 10

Kapittel 3.2, Bævre og Vislie (2007): Næringsstruktur, internasjonal handel og vekst

Faktorprisutjevningsteoremet

Forutsetninger:

Liten åpen økonomi

Priser på ferdigvarer gitt på verdensmarkedet, ser bort fra transportkostnader

Faktorene er homogene, ikke mobile, gitte mengder i hvert land

Fri teknologiflyt, impliserer like produktfunksjoner for samme sektor i landene

Vi har betingelsene for likevekt:

$$p_1 = c_1(w,q)$$
$$p_2 = c_2(w,q)$$

Disse er de samme for hvert land, fotskrift droppet

Disse impliserer

$$w = w(p_1, p_2)$$
$$q = q(p_1, p_2)$$

Faktorprisene er bestemt av vareprisene uavhengig av faktormengdene i hvert land. Fritt varebytte gir like faktorpriser mellom land selv om faktorene ikke er mobile.

NB! Sjekk om forutsetningene ovenfor er realistiske.

Stolper – Samuelson – teoremet

Vi vil studere endringer i faktorpriser (NB, stadig like mellom land) når de eksogene verdensmarkedspriser på varene endres

$$\frac{\partial w}{\partial p_1}, \frac{\partial q}{\partial p_1}, \frac{\partial w}{\partial p_2}, \frac{\partial q}{\partial p_2}$$

Generell fremgangsmåte: deriver likevektsbetingelsene mhp den eksogene variable som endres. Ser på endring i p_1, endring i p_2 analyseres på samme måte

$$\frac{\partial}{\partial p_1}[p_1 = c_1(w,q)], \frac{\partial}{\partial p_1}[p_2 = c_2(w,q)] \Rightarrow$$

$$1 = \frac{\partial c_1(w,q)}{\partial w}\frac{\partial w}{\partial p_1} + \frac{\partial c_1(w,q)}{\partial q}\frac{\partial q}{\partial p_1} = l_1(w,q)\frac{\partial w}{\partial p_1} + k_1(w,q)\frac{\partial q}{\partial p_1}$$

$$0 = \frac{\partial c_2(w,q)}{\partial w}\frac{\partial w}{\partial p_1} + \frac{\partial c_2(w,q)}{\partial q}\frac{\partial q}{\partial p_1} = l_2(w,q)\frac{\partial w}{\partial p_1} + k_2(w,q)\frac{\partial q}{\partial p_1}$$

Bruker Shephard's lemma for å få de siste utrykkene i de to siste linjene.

Løser disse likningene mhp $\partial w / \partial p_1, \partial q / \partial p_1$ ved først å løse for $\partial w / \partial p_1$ fra den siste likningen ovenfor og så sette denne inn i den første likningen:

$$l_2(w,q)\frac{\partial w}{\partial p_1} + k_2(w,q)\frac{\partial q}{\partial p_1} = 0 \Rightarrow \frac{\partial w}{\partial p_1} = -\frac{k_2(w,q)}{l_2(w,q)}\frac{\partial q}{\partial p_1}$$

Vi ser her generelt at faktorprisene vil gå i hver sin retning.

Innsetting gir:

$$1 = l_1(w,q)\frac{\partial w}{\partial p_1} + k_1(w,q)\frac{\partial q}{\partial p_1} = l_1(w,q)(-)\frac{k_2(w,q)}{l_2(w,q)}\frac{\partial q}{\partial p_1} + k_1(w,q)\frac{\partial q}{\partial p_1} \Rightarrow$$

$$\frac{\partial q}{\partial p_1} = \frac{1}{k_1(w,q) - l_1(w,q)\dfrac{k_2(w,q)}{l_2(w,q)}} = \frac{1/l_1(w,q)}{\dfrac{k_1(w,q)}{l_1(w,q)} - \dfrac{k_2(w,q)}{l_2(w,q)}}$$

For å bestemme hvilken faktorpris som går opp og hvilken som går ned kan vi innføre en betingelse om faktorintensiteter. Vi vil forutsette at den ene sektoren (nr 1) er intensiv i bruk av kapital definert ved $K_1/L_1 > K_2/L_2$. Dette gjelder for alle faktorprisforhold. Med kapital på den vertikale aksen og arbeidskraft på den horisontale aksen blir substitumalen for sektor 1 alltid brattere enn for sektor 2. Utnytting av dekomponeringen av de betingete faktoretterspørselsfunksjonene gir:

$$\frac{K_1}{L_1} = \frac{K_1/Y_1}{L_1/Y_1} = \frac{k_1(w,q)}{l_1(w,q)}$$

$$\frac{K_2}{L_2} = \frac{K_2/Y_2}{L_2/Y_2} = \frac{k_2(w,q)}{l_2(w,q)} \Rightarrow \frac{k_1(w,q)}{l_1(w,q)} > \frac{k_2(w,q)}{l_2(w,q)}$$

Vi har da at kapitalprisen q går opp når produktprisen på den kapitalintensive sektoren går opp fra det siste utrykket for $\partial q / \partial p_1$, og dermed at lønna w går ned:

$$\frac{\partial w}{\partial p_1} < 0, \frac{\partial q}{\partial p_1} > 0$$

Dette er *Stolper – Samuelson – teoremet*.

Faktorprisforholdet w/q går altså ned når p_1 øker. Dette betyr at begge substitumalene blir mindre bratte, de vrir seg mot arbeidskraftsaksen.

Dette betyr at faktorintensitetene

$$\frac{k_i(w,q)}{l_i(w,q)}, i = 1,2$$

øker når faktorprisforholdet w/q øker.

Produksjonssammensetningen

$$c_{1w}(w(p_1,p_2),q(p_1,p_2))Y_1 + c_{2w}(w(p_1,p_2),q(p_1,p_2))Y_2 = L$$
$$c_{1q}(w(p_1,p_2),q(p_1,p_2))Y_1 + c_{2q}(w(p_1,p_2),q(p_1,p_2))Y_2 = K$$

Vi kan i prinsippet finne endringer i produksjonssammensetningen ved å derivere disse to likevektsbetingelsene mhp p_1. Vi får da 4 prisderiverte og to likninger.

$$\left(\frac{\partial c_{1w}}{\partial w}\frac{\partial w}{\partial p_1} + \frac{\partial c_{1w}}{\partial q}\frac{\partial q}{\partial p_1}\right)Y_1 + c_{1w}\frac{\partial Y_1}{\partial p_1} + \left(\frac{\partial c_{2w}}{\partial w}\frac{\partial w}{\partial p_1} + \frac{\partial c_{2w}}{\partial q}\frac{\partial q}{\partial p_1}\right)Y_2 + c_{2w}\frac{\partial Y_2}{\partial p_1} = 0$$
$$\left(\frac{\partial c_{1q}}{\partial w}\frac{\partial w}{\partial p_1} + \frac{\partial c_{1q}}{\partial q}\frac{\partial q}{\partial p_1}\right)Y_1 + c_{1q}\frac{\partial Y_1}{\partial p_1} + \left(\frac{\partial c_{2q}}{\partial w}\frac{\partial w}{\partial p_1} + \frac{\partial c_{2q}}{\partial q}\frac{\partial q}{\partial p_1}\right)Y_2 + c_{2q}\frac{\partial Y_2}{\partial p_1} = 0$$

Vi ordner utrykkene:

$$\left(\frac{\partial c_{1w}}{\partial w}Y_1 + \frac{\partial c_{2w}}{\partial w}Y_2\right)\frac{\partial w}{\partial p_1} + \left(\frac{\partial c_{1w}}{\partial q}Y_1 + \frac{\partial c_{2w}}{\partial q}Y_2\right)\frac{\partial q}{\partial p_1} + c_{1w}\frac{\partial Y_1}{\partial p_1} + c_{2w}\frac{\partial Y_2}{\partial p_1} = 0$$
$$\left(\frac{\partial c_{1q}}{\partial w}Y_1 + \frac{\partial c_{2q}}{\partial w}Y_2\right)\frac{\partial w}{\partial p_1} + \left(\frac{\partial c_{1q}}{\partial q}Y_1 + \frac{\partial c_{2q}}{\partial q}Y_2\right)\frac{\partial q}{\partial p_1} + c_{1q}\frac{\partial Y_1}{\partial p_1} + c_{2q}\frac{\partial Y_2}{\partial p_1} = 0$$

Vi kjenner de to deriverte $\partial w/\partial p_1, \partial q/\partial p_1$ og kan da i prinsippet finne løsningen for endringer i produksjonsnivåene.

Men dette kan virke unødig komplisert. Vi kan heller se på det prinsipielle problemet hvordan ressursene skal fordeles i hvert land når produktprisene er gitte på verdensmarkedet.

Et lands optimeringsproblem er:

Maks $p_1Y_1 + p_2Y_2$

gitt

$Y_1 = F_1(L_1, K_1)$

$Y_2 = F_2(L_2, K_2)$

$L_1 + L_2 = L$ gitt

$K_1 + K_2 = K$ gitt

Vi kan enten bruke innsettingsmetoden eller Lagrangemetoden med eksplisitte bibetingelser.

Innsettingsmetoden gir problemforenklingen

Maks$_{L_1,K_1}$ $p_1F_1(L_1,K_1) + p_2F_2(L - L_1, K - K_1)$

Dette gir førsteordensbetingelsene

$$p_1F'_{1L_1}(L_1,K_1) = p_2F'_{2L_2}(L - L_1, K - K_1)$$
$$p_1F'_{1K_1}(L_1,K_1) = p_2F'_{2K_2}(L - L_1, K - K_1)$$

Dette er to likninger i 2 endogene variable L_1 og K_1 som vi da kan løse for, og innsetting for disse i likevektsbetingelsene for faktorene gir oss så løsningene for de endogene variable L_2, K_2.

$L_1 = L_1(p_1, p_2, L, K), L_2 = L_2(p_1, p_2, L, K)$
$K_1 = K_1(p_1, p_2, L, K), K_2 = K_2(p_1, p_2, L, K)$

Innsetting av disse optimale verdier i produktfunksjonene gir oss produktmengdene Y_1 og Y_2. Vi kan tegne opp allokeringen av faktorene i et badekarsdiagram for hver faktor. Vi må da bare huske på at den faktoren som ikke vises i figuren holdes fast lik den optimale verdi.

Hvis nå prisen p_1 stiger får vi i første omgang et vertikalt skift i kurvene for verdi av grense-produktivitetene for arbeidskraft og kapital i sektor 1 slik at allokeringen av begge øker. I andre omgang må vi korrigere for denne endrete allokeringen ved skift i verdien av grenseproduktiviteten i sektor 2. Dette skiftet er også vertikalt, slik at disse vil gi motsatt effekt på allokeringen, men kan ikke være så store som første-runde effektene. Produksjonen i sektor 1 vil altså øke, og produksjonen i sektor 2 synke.
Badekarstegninger.

Bruk av bytteboks
Vi kan sette sammen de to badekarene i en bytteboks med origo for sektorenes isokvantkart i diagonalt motsatte hjørner. Substitumalene vil ha samme verdier for substitusjonsbrøkene. Skjæringspunktet mellom substitumalene gir allokeringen av faktorene og produksjonsnivåene ved verdiene som isokvantene som tangerer hverandre i skjæringspunktet (A i pensumhefte figur 8) gir. Grunnet vår forutsetning om faktorintensitetene er substitumalen for sektor 1 brattere (går nærmere kapitalaksen) enn substitumalen for sektor 2 (går nærmere arbeidskraftaksen). En økning i p_1 gir i henhold til Stolper – Samuelson – teoremet en nedgang i faktorprisforholdet w/q. Dette vil si at substitumalene (stråler fra origo) vrir seg mot arbeidskraftsaksene. Men dette vil si at skjæringspunktet flytter seg slik at det brukes mer kapital og arbeidskraft i sektor 1 og produksjonen øker der, og det motsatte for sektor 2.
Figur bytteboks.

Ved å bruke en Lagrangefunksjon kan allokeringen i faktorrommet kanskje bli klarere
$\Lambda = p_1 F_1(L_1, K_1)_1 + p_2 F_2(L_2, K_2)$
$-w(L_1 + L_2 - L)$
$-q(K_1 + K_2 - K)$

De nødvendige førsteordensbetingelsene blir

$$\frac{\partial \Lambda}{\partial L_1} = p_1 F'_{1L_1}(L_1, K_1) - w = 0$$
$$\frac{\partial \Lambda}{\partial K_1} = p_1 F'_{1K_1}(L_1, K_1) - q = 0$$
$$\frac{\partial \Lambda}{\partial L_2} = p_2 F'_{2L_2}(L_2, K_2) - w = 0$$
$$\frac{\partial \Lambda}{\partial K_2} = p_2 F'_{2K_2}(L_2, K_2) - q = 0$$

Fra de to første likningene og de to siste ser vi at substitusjonsbrøkene i de to sektorene blir like.

Rybczynski – teoremet

Vi skal nå se på hvordan en økning i faktormengder virker på allokeringen av faktorer og endring i sammensetningen av produksjonen. Vi ser på en økning i arbeidskraften i et land. Vi deriverer mhp arbeidskraften i de relevante likevektsbetingelser. Da faktorprisene bestemmes kun av produktprisene kan vi se på betingelsene for faktormarkedene utrykt ved kostnadsfunksjonene ved bruk av Shephard's lemma:

$$L_1(w,q,Y) + L_2(w,q,Y) = c_{1w}(w,q)Y_1 + c_{2w}(w,q)Y_2 = L$$
$$K_1(w,q,Y) + K_2(w,q,Y) = c_{1q}(w,q)Y_1 + c_{2q}(w,q)Y_2 = K$$

Vi skal utføre deriveringene

$$\frac{\partial}{\partial L}[c_{1w}(w,q)Y_1 + c_{2w}(w,q)Y_2 = L]$$
$$\frac{\partial}{\partial L}[c_{1q}(w,q)Y_1 + c_{2q}(w,q)Y_2 = K]$$

Faktorprisene er konstante. Så det vil bare bli virkninger på produksjonsnivåene

$$c_{1w}(w,q)\frac{\partial Y_1}{\partial L} + c_{2w}(w,q)\frac{\partial Y_2}{\partial L} = l_1(w,q)\frac{\partial Y_1}{\partial L} + l_2(w,q)\frac{\partial Y_2}{\partial L} = 1$$
$$c_{1q}(w,q)\frac{\partial Y_1}{\partial L} + c_{2q}(w,q)\frac{\partial Y_2}{\partial L} == k_1(w,q)\frac{\partial Y_1}{\partial L} + k_2(w,q)\frac{\partial Y_2}{\partial L} = 0$$

De siste relasjoner i hver linje får vi ved å bruke Shephard's lemma; de deriverte av enhetskostnadene mhp faktorprisene er lik fabrikasjonskoeffisientene (inputkoeffisientene) hvor de tilhørende faktorer.

Løser siste likning for $\partial Y_1 / \partial L$

$$\frac{\partial Y_1}{\partial L} = -\frac{k_2(w,q)}{k_1(w,q)}\frac{\partial Y_2}{\partial L}$$

En økning i tilgangen på arbeidskraft endrer produksjonen av varene i hver sin retning.

Ved innsetting i den første likningen

$$l_1(w,q)\frac{\partial Y_1}{\partial L}+l_2(w,q)\frac{\partial Y_2}{\partial L}=l_1(w,q)(-)\frac{k_2(w,q)}{k_1(w,q)}\frac{\partial Y_2}{\partial L}+l_2(w,q)\frac{\partial Y_2}{\partial L}=1$$

Løser mhp $\frac{\partial Y_2}{\partial L}$

$$\frac{\partial Y_2}{\partial L}=\frac{1}{l_2(w,q)-l_1(w,q)\frac{k_2(w,q)}{k_1(w,q)}}=\frac{k_1(w,q)/l_1(w,q)}{l_2(w,q)(\frac{k_1(w,q)}{l_1(w,q)}-\frac{k_2(w,q)}{l_2(w,q)})}>0$$

Produksjonen av den arbeidsintensive vare øker, og produksjonen av den kapitalintensive vare synker når arbeidskrafttilgangen øker.

Vi kan se dette ved å øke arbeidskraften i bytteboksen. Substitumalene endrer seg ikke, og forankres i sine respektive hjørner. Origo for sektor 2 flytte til venstre når vi tegner inn økt arbeidskraft ved å forlenge boksen den veien. Dermed flytter skjæringen mellom substitumalene seg slik at sektor 1 får færre ressurser og produserer mindre (punkt B i figur 8). Dette er *Rybczynski – teoremet*.