Oppsummering ECON 2915, Høst 2012

Foreleser

Finn R Førsund

Solow-modellen
konstant befolkning

- Modellen

$$Y = F(K, L)$$

$$Y = C + I$$

$$I = \gamma Y,\ 0 < \gamma < 1$$

$$\dot{K} = I - \delta K, 0 < \delta < 1$$

- Produktfunksjon, positive men avtakende grenseproduktiviteter, konstant skalaavkastning
- Økosirk
- Investeringsrelasjon
- Kapitalakkumulering, depresiering

Løsning av Solow-modellen

- Bringe modellen over på intensiv form; dele med arbeidskraft

$$\frac{Y}{L} = F(\frac{1}{L}K, \frac{1}{L}L) \Rightarrow y = F(k,1) = f(k)$$

$$\frac{Y}{L} = \frac{C}{L} + \frac{I}{L} \Rightarrow y = c + i$$

$$\frac{I}{L} = \gamma \frac{Y}{L} \Rightarrow i = \gamma y$$

$$\frac{\dot{K}}{L} = \frac{I}{L} - \delta \frac{K}{L} \Rightarrow \frac{\dot{K}}{L} = i - \delta k$$

- Innføre begrepet stasjonærtilstand: ingen endringer i utvalgte variable på intensivform: k, y, c, i
- Finne endring i k over tid

$$\dot{k} = \frac{d(K/L)}{dt} = \frac{\dot{K}L - K\dot{L}}{L^2} = \frac{\dot{K}}{L} - k\frac{\dot{L}}{L} = \frac{\dot{K}}{L}$$

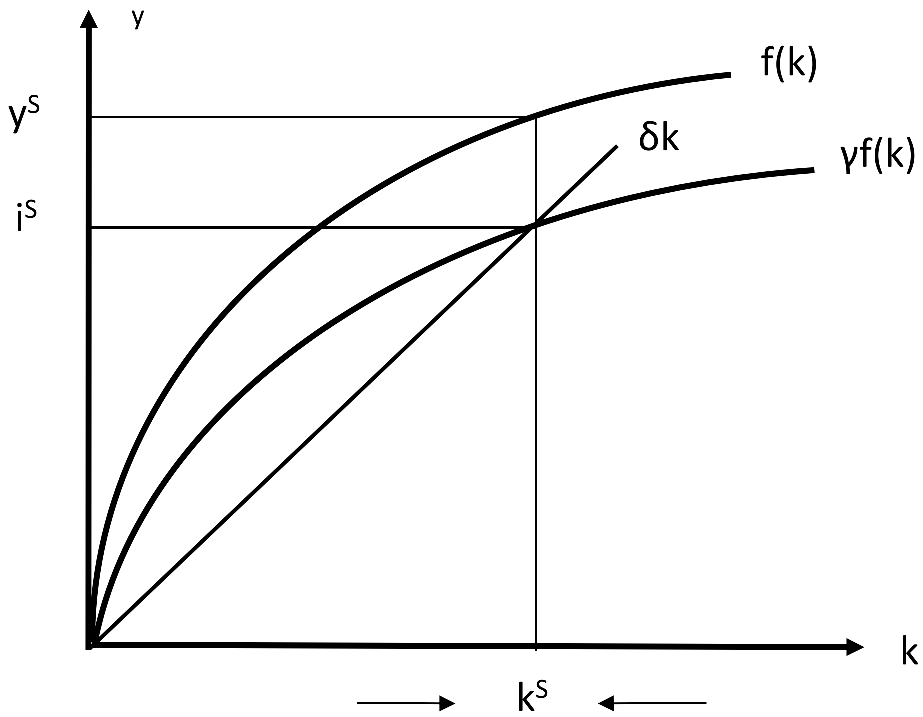
- Innsetting for $\dot{K}/L$

$$\dot{k} = \frac{\dot{K}}{L} = i - \delta k = \gamma f(k) - \delta k$$

- Stasjonærtilstand

$$\dot{k} = 0 \Rightarrow \gamma f(k) - \delta k = 0$$

Figur for løsningen



Bruk av Solow-modellen

- Skift i eksogene variable; δ og γ, depresierings- og investeringsraten
- Finne endringstakt utenfor stasjonær-tilstanden

$$\dot{k} = \gamma f(k) - \delta k \Rightarrow \frac{\dot{k}}{k} = \frac{\gamma f(k)}{k} - \delta$$

- Sammenlikne land med forskjellig investeringsrate

Utvidelser av Solow-modellen

- Innføring av vekst i befolkningen

$$\frac{\dot{L}}{L} = n$$

- Regne ut stasjonærtilstanden for k

$$\dot{k} = \frac{\dot{K}L - K\dot{L}}{L^2} = \frac{\dot{K}}{L} - k\frac{\dot{L}}{L} = \frac{\dot{K}}{L} - kn =$$
$$i - \delta k - kn = \gamma f(k) - (\delta + n)k \Rightarrow$$
$$\dot{k} = 0 = f(k) - (\delta + n)k$$

- Hva skjer når n endres, sammenlikning mellom land med forskjellig n, osv.

- Innføring av human-kapital

$$Y = F(K, hL) \Rightarrow \frac{Y}{L} = F(\frac{1}{L}K, \frac{1}{L}hL) \Rightarrow$$

$$y = F(k, h) = f(k, h)$$

- Løsning for stasjonærtilstand med eller uten befolkningsvekst: som før, men med ny form for produktfunksjon, samme type tegning
- Konsekvens av endring i h, sammenlikning av land med forskjellig h

Malthus-modellen

- Folketallet, L, en funksjon av inntekt per hode, y=Y/L; statisk: dess flere dess lavere y

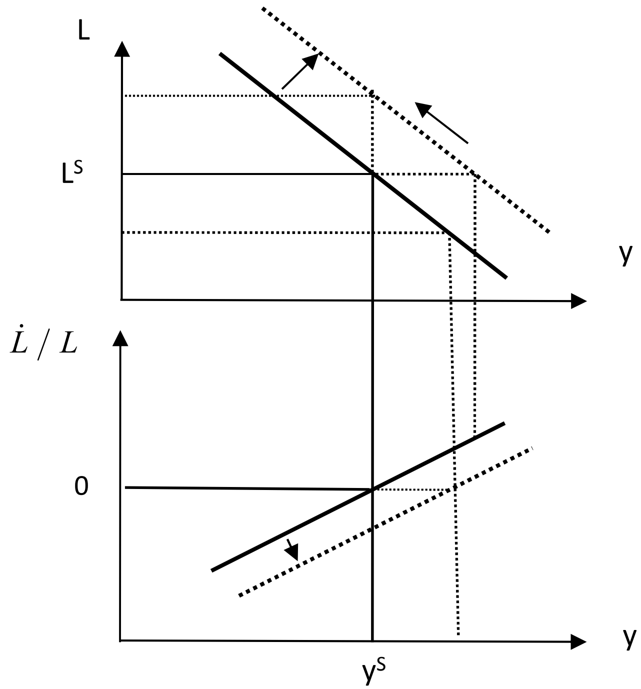
$$L = L(y), L' < 0$$

- Vekstraten i befolkningen en funksjon av inntekt per hode; dynamisk sammenheng

$$\frac{\dot{L}}{L} = n(y),\ n' > 0,\ n(y) < 0 \text{ for } y < y^S, n(y) > 0 \text{ for } y > y^S$$

- Steady state: $n(y) = 0 \Rightarrow y = y^s \Rightarrow L^s = L(y^s)$

- Positivt skift i produktiviteten i produksjonen
- Linjen for L(y) skifter oppover
- Negativt skift i sammenheng befolkningsvekst og levekår
- Linjen for n(y) skifter nedover



Teknologi

- Vekstregnskap, bruk av C –D funksjon

$$Y = AK^{\alpha}L^{1-\alpha}$$

- Produktivitetsvekst; logaritmisk derivering

$$\ln Y = \ln A + \alpha \ln K + (1-\alpha)\ln L \Rightarrow$$
$$\frac{\dot{Y}}{Y} = \frac{\dot{A}}{A} + \alpha \frac{\dot{K}}{K} + (1-\alpha)\frac{\dot{L}}{L}$$

- Produksjon av teknisk framgang, bare arbeidskraft som innsatsfaktor i to sektorer

$$L = L_Y + L_A \ , \gamma_A = L_A / L$$

- Produktfunksjonen for Y

$$Y = AL_Y = A(1-\gamma_A)L$$

- Produktfunksjonen for teknologi

$$\frac{\dot{A}}{A} = \frac{1}{\mu} L_A$$

- Produktivitet over tid $\dfrac{\dot{Y}}{Y} = \dfrac{\dot{A}}{A} = \dfrac{\gamma_A}{\mu} L$
- Endring i andel arbeidskraft til teknologiutvikling

Modell for teknologioverføring mellom to land

- Forutsetninger
  - Land 1: innovatør, teknologi-leder
  - Land 2: imitator, teknologifølger
  - Begge land samme befolkning, men forskjellige produktivitetsnivåer og andeler folk i F&U – sektoren
- Produktfunksjonene

$$y_1 = A_1(1-\gamma_{A,1})$$

$$y_2 = A_2(1-\gamma_{A,2})$$

- Forutsetninger
  - – Samme befolkning i de to land
  - – Teknologi-leder høyere produktivitetsnivå enn teknologi-følger, A1 > A2
  - – Høyere andel folk i F&U – sektoren i teknologileder enn i teknologifølger, $\gamma_{A,1} > \gamma_{A,2}$
- Vekstrater i de to land

$$\frac{\dot{A}_1}{A_1} = \frac{\gamma_{A,1}}{\mu_i} L_1 , \frac{\dot{A}_2}{A_2} = \frac{\gamma_{A,2}}{\mu_c} L_2 \ , L_1 = L_2 = L$$

- Input koeffisient i teknologileder og teknologifølger
- Kostnad for kopiering avhengig av teknologigapet A1 / A2

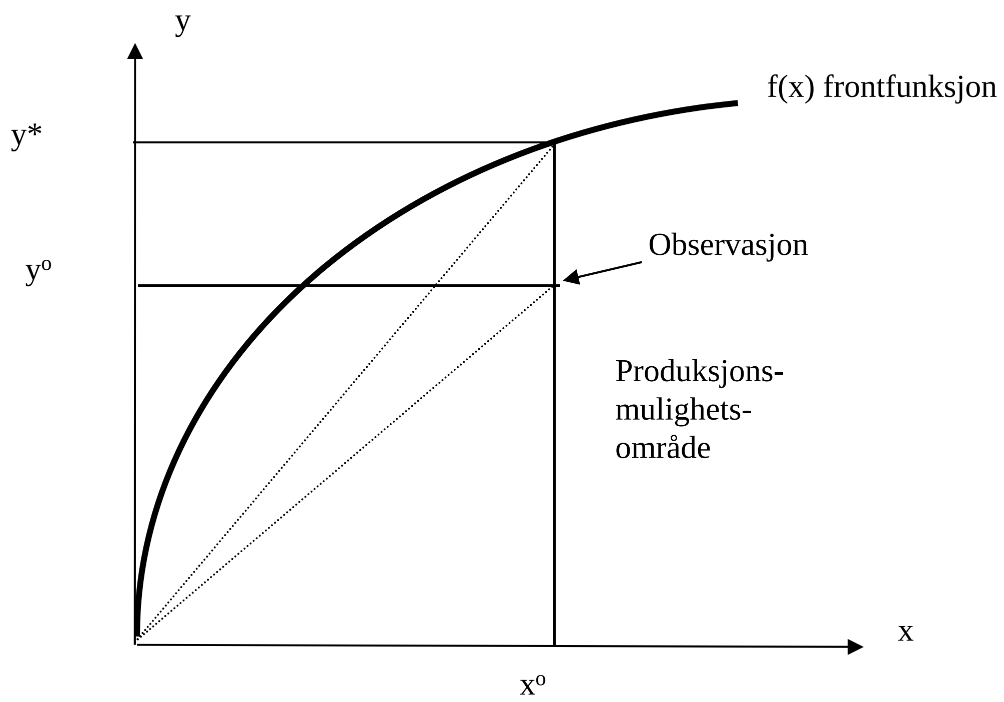
$$\mu_c = c(\frac{A_1}{A_2}), c' < 0, \frac{A_1}{A_2} \geq 1, c(1) = \mu_\mathrm{i}$$

- Steady state: produktivitetsnivået vokser med samme rate i begge land

$$\frac{\dot{A}_1}{A_1} = \frac{\gamma_{A,1}}{\mu_i} L = \frac{\dot{A}_2}{A_2} = \frac{\gamma_{A,2}}{\mu_c} L \Rightarrow \frac{\gamma_{A,1}}{\mu_i} = \frac{\gamma_{A,2}}{\mu_c} \Rightarrow \mu_c = \frac{\gamma_{A,2}}{\gamma_{A,1}} \mu_i$$

- Steady state betyr også at y vokser med samme rate i begge land

Frontfunksjon og ineffektivitet



Definisjon av produktivitet, teknologinivå og ineffektivtet

- Produktivitet (A)
  - y^o/x^o: observert produksjon på observert innnsatsfaktor
- Teknologinivå (T)
  - y^*/ x^o: potensiell produksjon ved bruk av front-teknologien på observert innsats
- Effektivitet (E)
  - y^o/ y^*: observert produksjon på potensiell produksjon ved bruk av front-teknologi

- Den multiplikative dekomponering av produktivitet

$$A = T \bullet E \Rightarrow$$

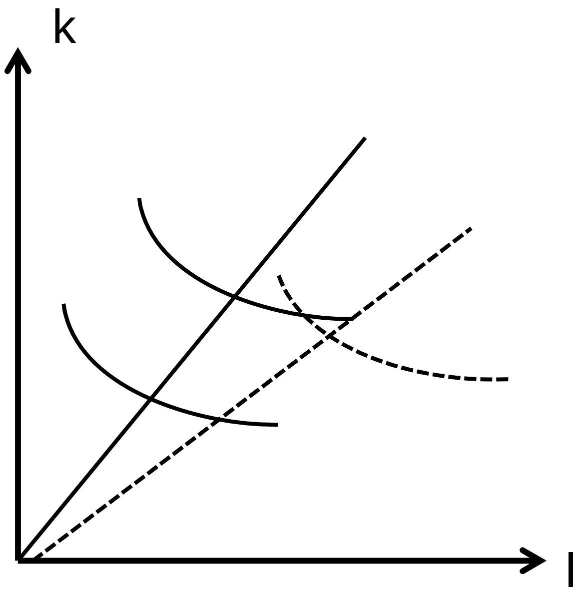
$$\frac{y^o}{x^o} = \frac{y^*}{x^o} \bullet \frac{y^o}{y^*} = \frac{y^o}{x^o}$$

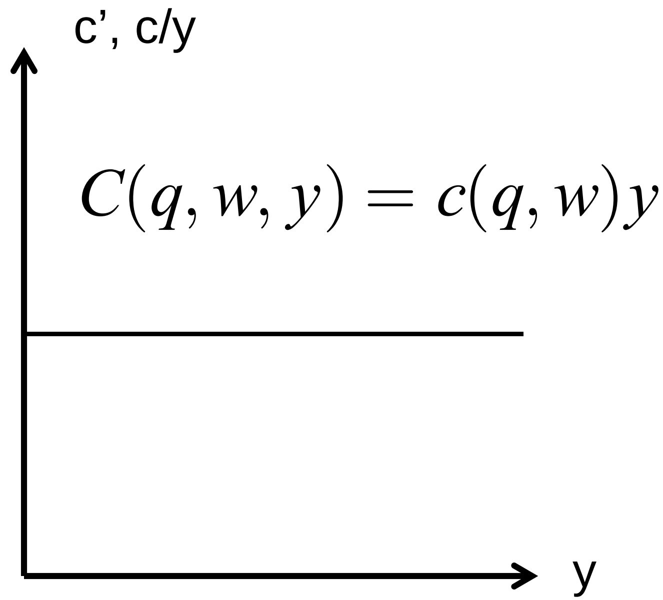
- Innsetting av definisjonene viser at dekomponeringen er korrekt

Handelsteoremene

- Forutsetninger
  - Liten åpen økonomi
  - Priser på ferdigvarer gitt på verdensmarkedet, ser bort fra transportkostnader
  - Faktorene er homogene, ikke mobile, gitte mengder i hvert land
  - Fri teknologiflyt, impliserer like produktfunksjoner for samme sektor i landene

Kostnadsfunksjoner og pari passu





Faktorprisutjevningsteoremet

- Betingelsene for likevekt
  - Pris lik enhetskostnad lik grensekostnad

$$p_1 = c_1(w,q)$$

$$p_2 = c_2(w,q)$$

  - Faktorprisene blir kun bestemt av de gitte produktpriser og er uavhengige av faktortilgangene

$$w = w(p_1, p_2)$$

$$q = q(p_1, p_2)$$

Stolper – Samuelson – teoremet

- Hva skjer med faktorpriser når produktpriser endres
  - Generell fremgangsmåte, endre p_1, derivere tilpasningsbetingelsene

$$\frac{\partial}{\partial p_1}[p_1 = c_1(w,q)], \frac{\partial}{\partial p_1}[p_2 = c_2(w,q)] \Rightarrow$$

$$1 = \frac{\partial c_1(w,q)}{\partial w}\frac{\partial w}{\partial p_1} + \frac{\partial c_1(w,q)}{\partial q}\frac{\partial q}{\partial p_1} = l_1(w,q)\frac{\partial w}{\partial p_1} + k_1(w,q)\frac{\partial q}{\partial p_1}$$

$$0 = \frac{\partial c_2(w,q)}{\partial w}\frac{\partial w}{\partial p_1} + \frac{\partial c_2(w,q)}{\partial q}\frac{\partial q}{\partial p_1} = l_2(w,q)\frac{\partial w}{\partial p_1} + k_2(w,q)\frac{\partial q}{\partial p_1}$$

  - Bruker Shephard's lemma

- Fra den siste likningen

$$\frac{\partial w}{\partial p_1} = -\frac{k_2(w,q)}{l_2(w,q)}\frac{\partial q}{\partial p_1}$$

  – Faktorprisene endres motsatt vei

  – Innsetting gir:

$$\frac{\partial q}{\partial p_1} = \frac{1}{k_1(w,q) - l_1(w,q)\frac{k_2(w,q)}{l_2(w,q)}} = \frac{1/l_1(w,q)}{\frac{k_1(w,q)}{l_1(w,q)} - \frac{k_2(w,q)}{l_2(w,q)}} > 0$$

  – Betingelsen gjelder når sektor 1 er mer kapitalintensiv enn sektor 2

$$\frac{k_1(w,q)}{l_1(w,q)} > \frac{k_2(w,q)}{l_2(w,q)}$$

Rybczynski – teoremet

- Økning i faktormengder
  - Hva skjer med allokering av faktorer
  - Hva skjer med sammensetning av produksjonen

$$\frac{\partial}{\partial L}[c_{1w}(w,q)Y_1 + c_{2w}(w,q)Y_2 = L], \frac{\partial}{\partial L}[c_{1q}(w,q)Y_1 + c_{2q}(w,q)Y_2 = K] \Rightarrow$$

$$c_{1w}(w,q)\frac{\partial Y_1}{\partial L} + c_{2w}(w,q)\frac{\partial Y_2}{\partial L} = l_1(w,q)\frac{\partial Y_1}{\partial L} + l_2(w,q)\frac{\partial Y_2}{\partial L} = 1$$

$$c_{1q}(w,q)\frac{\partial Y_1}{\partial L} + c_{2q}(w,q)\frac{\partial Y_2}{\partial L} == k_1(w,q)\frac{\partial Y_1}{\partial L} + k_2(w,q)\frac{\partial Y_2}{\partial L} = 0$$

  - Faktorprisene er konstante, bruker Shephard's lemma

- Løser for endring i produksjon i sektor 1 fra siste likning

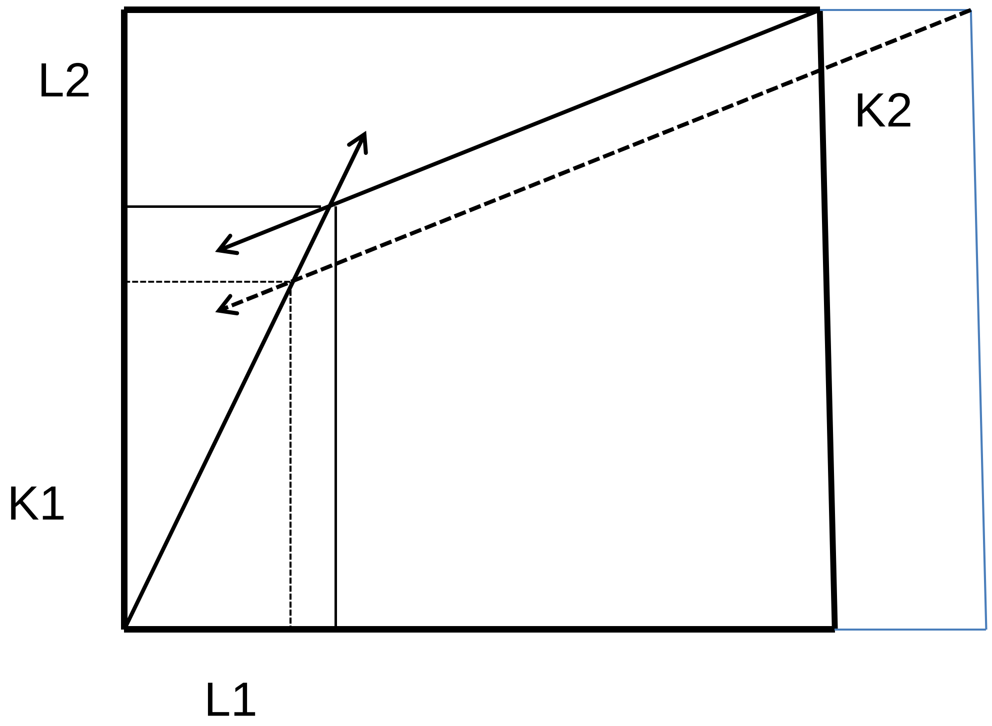
$$\frac{\partial Y_1}{\partial L} = -\frac{k_2(w,q)}{k_1(w,q)}\frac{\partial Y_2}{\partial L}$$

  - Produksjonen av varene endres i hver sin retning
  - Ved innsetting i den første likningen

$$\frac{\partial Y_2}{\partial L} = \frac{1}{l_2(w,q) - l_1(w,q)\dfrac{k_2(w,q)}{k_1(w,q)}} = \frac{k_1(w,q)/l_1(w,q)}{l_2(w,q)\left(\dfrac{k_1(w,q)}{l_1(w,q)} - \dfrac{k_2(w,q)}{l_2(w,q)}\right)} > 0$$

  - Bruk bytteboksen med økning i arbeidskraft

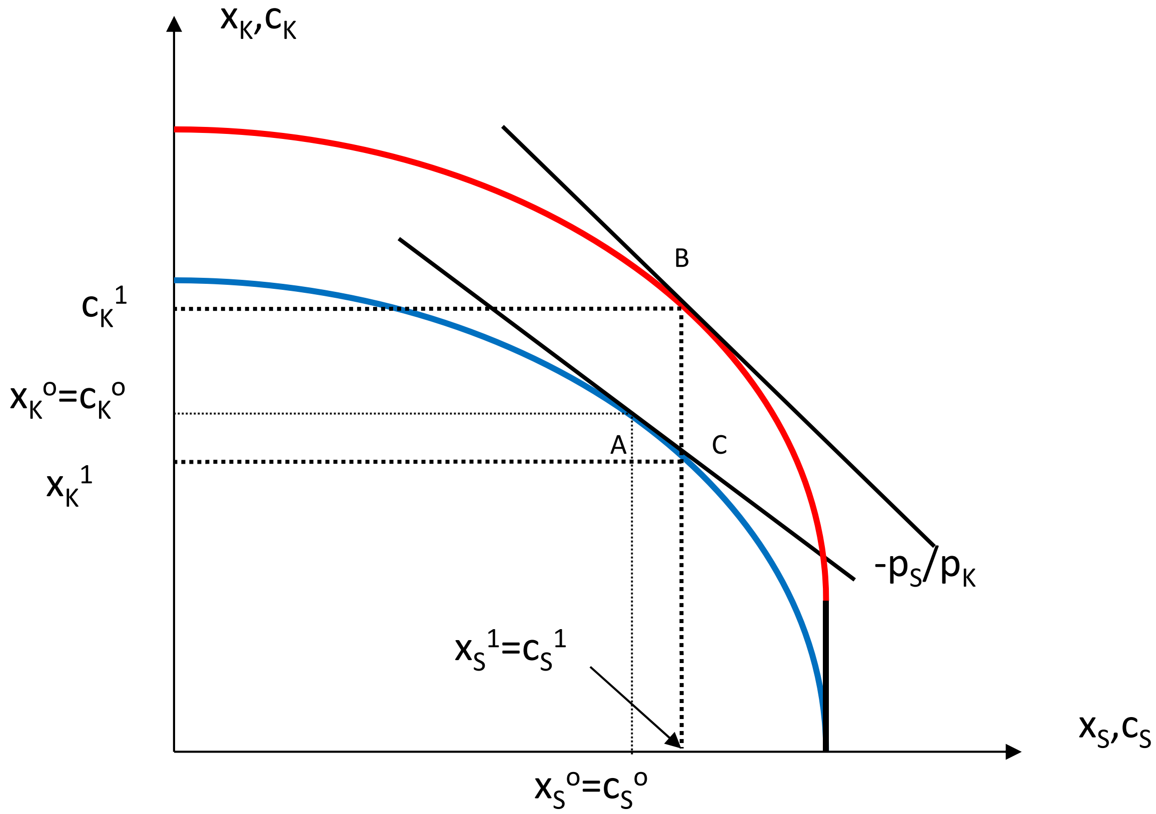
Bytteboksen
sektor 1 kapitalintensiv, sektor 2 arbeidsintensiv



Virkning av bruk av oljeinntekt

- Skjermet og konkurranseutsatt sektor
- Produksjonsmulighetskurve og konsummulighetskurve etter oljeinntekt som valutagave
- Forutsetninger
  - Balanse i utenrikshandel før og etter oljeinntekt
  - Inntektselastisiteter positive for begge goder

Bruk av oljeinntekt



Endring i næringsstruktur under vekst

- Sektorinndelingen
  - Makro en sektor, Solow-modellen
  - To sektorer
    - Konsum-investering
    - Konkurranseutsatt-skjermet
    - Kapitalintensiv-arbeidsintensiv
  - Tre sektorer
    - Primær, sekundær, tertiær
  - Flere enn tre sektorer

- Faktorer som gir vridning mellom næringssektorer under vekst:
  - Etterspørselsforhold
    - Fra konsumentteorien

$$y_i = h_i(p_1, p_2 \ldots p_i \ldots, Y)$$

    - Direkte priselastisitet og krysspriselastisiteter

$$\frac{\partial y_i}{\partial p_i}\frac{p_i}{y_i}, \frac{\partial y_i}{\partial p_j}\frac{p_j}{y_i}$$

    - Inntektselastisiteten

$$\frac{\partial y_i}{\partial Y}\frac{Y}{y_i}$$

    - Sektorer med høy Engelelastisitet vil øke produksjonen relativt til sektorer med lav elastisitet

– Produksjonsforhold

- Fra produksjonsteorien

$$y_i = f_i(K_i, L_i)$$

– Skalaegenskapene: passus-karakteren, har vi stigende utbytte, konstant utbytte eller avtakende utbytte mhp skalaen

$$\varepsilon = (\frac{\partial f_i}{\partial K_i} K_i + \frac{\partial f_i}{\partial L_i} L_i) / y_i$$

– Teknisk framgang

$$y_i = A_i(t) f_i(K_i, L_i) = A_i e^{\gamma_i t} K_i^{\alpha_i}, L_i^{1-\alpha_i} \Rightarrow$$

$$\frac{\dot{y}_i}{y_i} = \gamma_i + \alpha_i \frac{\dot{K}_i}{K_i} + (1-\alpha_i)\frac{\dot{L}_i}{L_i}$$

– Baumol-effekten: sektorer med lavest teknisk framgang (tjenester) vil øke ressursbruken relativt til sektorer med høy teknisk framgang (industri) og øke produktprisen relativt.