UNIVERSITETET I OSLO
ØKONOMISK INSTITUTT

Eksamen i: **ECON2915 – Vekst og næringgstruktur**
Exam: ECON2915 – Growth and business structure

Eksamensdag: Torsdag 26. november 2009 **Sensur kunngjøres: 18. desember ca kl. 16**
Date of exam: Thursday, November 26, 2009 ***Grades will be given: December 18, ca 4 p.m***

Tid for eksamen: kl. kl. 09:00 – 12:00
Time for exam: 09:00 a.m. – 12:00 a.m.

Oppgavesettet er på 5 sider
The problem set covers 5 pages ***English version on page 3***

Tillatte hjelpemidler:
- Ingen tillatte hjelpemidler

Resources allowed:
- *No resources allowed*

Oppgave 1 teller 25%, oppgave 2 teller 25% og oppgave 3 teller 50%.
Problem 1 counts 25%, problem 2 counts 25%, and problem 3 counts 50%

Eksamen blir vurdert etter ECTS-skalaen. A-F, der A er beste karakter og E er dårligste ståkarakter. F er ikke bestått.

The grades given: A-F, with A as the best and E as the weakest passing grade. F is fail.

Eksamensoppgave 2915 høst 2009

Oppgave 1.

Vi skal studere en Solow vekstmodell for en lukket økonomi gitt ved

$$Y = F(K, hL)$$

$$Y = C + I$$

$$\dot{K} = I - \delta K$$

$$I = \gamma Y$$

$$\frac{\dot{L}}{L} = n$$

Her er Y produksjonen, K realkapitalbeholdningen, L antall arbeidere, C konsumet, $\dot{K}$ tilveksten i kapitalbeholdningen og I investeringene. Alle disse variable er funksjoner av

Fortsetter på neste side

tiden. Modellen har parametrene: h humankapital-koeffisienten for en arbeider, δ depresieringsraten, γ investeringsraten og n arbeidskraftens vekstrate.

a) Forutsett at produktfunksjonen er homogen av grad 1 i K og L. Forklar hva dette betyr i økonomiske termer. Hvilke andre forutsetninger vil du gjøre om produktfunksjonen? Gi en tolkning av h og hL.

b) Vis hvordan du kan bruke homogenitetsegenskapen til å skrive modellens fire første relasjoner på intensivform, dvs. utrykke de variable relativt til arbeidskraft

c) Vis hvordan du kommer fram til relasjonen $\dot{k} = \gamma f(k,h) - (\delta + n)k$

d) Forklar hva som menes med stasjonærtilstanden (steady state) i modellen og bruk en figur til å illustrere dette begrepet.

e) Vi antar at humankapital-koeffisienten påvirkes positivt av utdanning. Hvordan vil stasjonærtilstanden påvirkes av økt utdanningsnivå? Bruk gjerne figuren fra forrige punkt.

Oppgave 2.

a) Vi innfører en Cobb-Douglas produktfunksjon $Y = AK^{\alpha}(hL)^{1-\alpha}, 1 > \alpha > 0$. Her er A produktivitetsnivået som foreløpig betraktes som konstant. Skriv denne på intensivform, og vis hvordan relasjonen i oppgave 1c) blir med denne produktfunksjonen, og regn ut en eksplisitt løsning for produksjon per arbeider i stasjonærtilstanden.

b) Vi bruker nå Cobb-Douglas produktfunksjonen på intensivform fra forrige punkt og vil sammenlikne produksjonen per arbeider i to land (1 og 2) som har like parametre unntatt humankapital-koeffisienten. Hvilket land har høyeste produksjon per arbeider i stasjonærtilstanden?

c) Vi forutsetter at produktiviteten A og humankapital-koeffisienten varierer over tid. Vi vil studere forhold som påvirker vestraten i produktivitet for et land. Vis hvilke faktorer vekstraten avhenger av ved kun å ta utgangspunkt i Cobb-Douglas produktfunksjonen på intensivform du fant i punkt a).

Oppgave 3.

Vi betrakter en liten åpne økonomi som har gitte mengder av innsatsfaktorer arbeidskraft L og kapital K og som produserer to varer Y_1 og Y_2 som handles på verdensmarkedet mens

Fortsetter på neste side

faktorene ikke er mobile mellom land. Vi forutsetter at det er fri teknologiflyt mellom landene. Prisene p_1 og p_2 er gitt på verdensmarkedet, mens arbeidskraftprisen w og kapitalprisen q bestemmes intern i landet felles markeder for de to sektorene for hver type faktor. Relasjonene som gir likevekt i vare- og faktormarkedene er gitt ved relasjonene

$$p_1 = c_1(w,q)$$
$$p_2 = c_2(w,q)$$
$$c_{1w}(w,q)Y_1 + c_{2w}(w,q)Y_2 = L$$
$$c_{1q}(w,q)Y_1 + c_{2q}(w,q)Y_2 = K$$

Her er funksjonene $c_1(w,q),\ c_2(w,q)$ enhetskostnadene i produksjonen av de to varene og funksjonene $c_{1w}(w,q)Y_1, c_{2w}(w,q)Y_2, c_{1q}(w,q)Y_1, c_{2q}(w,q)Y_2$ er de betingete faktoretterspørsels-funksjonene etter henholdsvis arbeidskraft og kapital i de to sektorer.

a) Forklar i ord hva som ligger bak at vi kan skrive enhetskostnadene som ovenfor, og videre hvordan de betingete faktoretterspørselsfunksjoner fremkommer.
b) Hvordan blir faktorprisene bestemt i modellen?
c) Vis hvordan du i prinsippet kan bestemme produksjonen av de to varene.
d) Vi vil forutsette at sektor 1 er mer arbeidsintensiv enn sektor 2 i den forstand at $K_1/L_1 < K_2/L_2$. Forklar hva denne forutsetningen innebærer. Bruk gjerne figurer.
e) Tilgangen på arbeidskraft får en gitt økning som vi ikke behøver å forklare. Vis hvordan sammensetningen av produksjonen i landet endres ved økt tilgang på arbeidskraft. Bruk matematikk til å vise virkningen av en marginal endring i arbeidskraften og bruk en figur til å vise virkningene av en endelig endring. Figuren skal vise produksjonsmulighetene i begge sektorer samtidig og de totale ressursrammene, og substitumalene skal vises for begge sektorer. En slik figur kalles gjerne en bytteboks.

ENGLISH VERSION

Problem 1.

We want to study a Solow growth model for a closed economy given by:

Continues on the next page

$$Y = F(K, hL)$$
$$Y = C + I$$
$$\dot{K} = I - \delta K$$
$$I = \gamma Y$$
$$\frac{\dot{L}}{L} = n$$

Here *Y* is production, *K* real capital, *L* number of workers, *C* consumption, $\dot{K}$ increase in the capital stock and *I* investments. All these variables are function of time. The model has the parameters *h*, human capital -coefficient for a worker, *δ* rate of depreciation, *γ* rate of investment and *n* rate of growth of workers.

a) Assume that the production function is homogeneous of degree 1 in *K* and *L*. Explain what this means in economic terms. Which other assumptions do you want to make about the production function? Give an interpretation of *h* and *hL*.

b) Show how you can use the homogeneity property to write the first four relations of the model on intensive form, i.e. express the variables relative to labour.

c) Show how you can derive the relationship $\dot{k} = \gamma f(k, h) - (\delta + n)k$

d) Explain the meaning of steady state of the model and use a figure to illustrate this term.

e) We assume that the human capital coefficient is positively influences by education. How will the steady state be influenced by increased level of education? Use if you want the figure from the previous problem 1c).

Problem 2.

a) We introduce the Cobb-Douglas production function $Y = AK^{\alpha}(hL)^{1-\alpha}, 1 > \alpha > 0$. Here *A* is the productivity level that for the time being is considered constant. Write this on intensive form and calculate an explicit solution for production per worker in steady state.

b) We will now use the Cobb-Douglas production function on intensive form from the previous problem 2a) and compare output per worker of two countries (1 and 2) that have identical parameters with the exception of the human capital coefficient. Which country has the highest production per worker in steady state?

c) We assume that the productivity A and the human capital coefficient vary over time. We want to study factors that influence the rate of growth of productivity. Show

Continues on the next page

which factors the rate of growth depends on by only using the Cobb-Douglas production function on intensive form you found in 2a).

Problem 3.

We study a small open economy that has given amounts of inputs L and capital K and produces two goods Y_1 and Y_2 that are traded on the world markets while the inputs are not mobile. We assume free flow of technology between countries. Prices p_1 and p_2 are given on the world market, while the price of labour w and the capital price q are determined within the country in common markets for the two types of inputs. The relations that define the equilibrium in the markets for goods and the inputs are

$$p_1 = c_1(w,q)$$
$$p_2 = c_2(w,q)$$
$$c_{1w}(w,q)Y_1 + c_{2w}(w,q)Y_2 = L$$
$$c_{1q}(w,q)Y_1 + c_{2q}(w,q)Y_2 = K$$

Here the functions $c_1(w,q),\ c_2(w,q)$ are unit costs in the production of the two goods and the functions $c_{1w}(w,q)Y_1, c_{2w}(w,q)Y_2, c_{1q}(w,q)Y_1, c_{2q}(w,q)Y_2$ are the conditional demand functions for labour and capital, respectively, in the two sectors.

a) Explain in words what is behind the fact that we can write unit costs as above, and furthermore how the conditional demand functions for inputs can be derived
b) How are the input prices determined in the model?
c) Show how you can in principle determine the production of the two goods.
d) We assume that sector 1 is more labour intensive than sector 2 meaning that $K_1 / L_1 < K_2 / L_2$. Explain what this assumption implies. Feel free to use a figure.
e) The amount of labour is given an increase that we do not have to explain. Show how the composition of the goods changes by an increased amount of labour. Use mathematics to show the effect of a marginal increase and use a figure to show the effects of a finite change. The figure should show the production possibilities of both sectors simultaneously and the total resource constraints, and the substitumals (expansion paths) should be shown for both sectors. Such a figure is called the exchange box.