UNIVERSITETET I OSLO
ØKONOMISK INSTITUTT

BOKMÅL
Eksamen i: ECON2915 Vekst og næringsstruktur

Eksamensdag: 25.11.2011 **Sensur kunngjøres: 15.12.2011**
Tid for eksamen: kl. 09.00-12.00

Oppgavesettet er på 2 sider

Tillatte hjelpemidler:
- Ingen tillatte hjelpemidler

Eksamen blir vurdert etter ECTS-skalaen. A-F, der A er beste karakter og E er dårligste ståkarakter. F er ikke bestått.

NYNORSK
Eksamen i: ECON2915 Vekst og næringsstruktur

Eksamensdag: 25.11.2011 **Sensur blir kunngjort: 15.12.2011**
Tid for eksamen: kl. 09.00-12.00

Oppgåvesettet er på 2 sider **Nynorsk på side 4**

Tillatne hjelpemiddel:
- Ingen tillatne hjelpemiddel

Eksamen blir vurdert etter ECTS-skalaen. A-F, der A er beste karakter og E er dårlegaste ståkarakter. F er ikkje bestått.

ENGLISH
Exam: ECON2915 Growth and business structure

Date of exam: 25.11.2011 **Grades will be given: 15.12.2011**
Time for exam: 09.00-12.00

The problem set covers 2 pages **English version on page 6**

Resources allowed:
- No resources allowed

The grades given: A-F, with A as the best and E as the weakest passing grade. F is fail.

BOKMÅL

Oppgavene teller likt.

Oppgave 1

Vi skal studere en Solow vekstmodell for en lukket økonomi med relasjonene

$$Y = F(K, L)$$

$$Y = C + I$$

$$I = \gamma Y,\ 0 < \gamma < 1$$

$$\dot{K} = I - \delta K, 0 < \delta < 1$$

Her er Y brutto nasjonalprodukt, K kapitalbeholdningen, L antall arbeidere, C konsum, I investering, $\dot{K}$ endring i kapitalbeholdningen over tid, γ investeringsraten og δ depresieringsraten.

- **a)** Forklar relasjonene i modellen
- **b)** Hvilke egenskaper vil du forutsette at produktfunksjonen har?
- **c)** Hva betyr det at produktfunksjonen er homogen av grad 1 i K og L?
- **d)** Vis modellen på intensivform (variable relativt til arbeidskraften). Vi forutsetter at arbeidskraften er konstant. Vis spesielt hvordan du kan skrive produktfunksjonen på intensivform som en funksjon av $k = K/L$ når den er homogen av grad 1.
- **e)** Løs modellen for endringen over tid i kapital per arbeider $\dot{k}$.
- **f)** Definer hva en stasjonærtilstand er. Finn stasjonærtilstanden for modellen på intensivform for de variable k og $y = Y/L$. Diskuter løsningen i en figur.
- **g)** Diskuter hvordan stasjonærløsningen endres hvis 1) investeringsraten og 2) depresieringsraten antar andre verdier.
- **h)** Forutsett at vi starter med en verdi av k som er 1) mindre enn k i stasjonærtilstanden, 2) større enn k i stasjonærtilstanden. Vis at k beveger seg mot stasjonærtilstanden i begge tilfeller. Bruk gjerne en figur.

Oppgave 2

Vi betrakter en liten åpen økonomi som har gitte mengder av innsatsfaktorer arbeidskraft L og kapital K og som produserer to varer Y_1 og Y_2 som handles på verdensmarkedet, mens faktorene ikke er mobile mellom land. Vi forutsetter at det er fri teknologiflyt mellom landene. Prisene p_1 og p_2 på varene Y_1 og Y_2 er gitt på verdensmarkedet, mens arbeidskraftprisen w og kapitalprisen q bestemmes internt i landets felles markeder for de to sektorene. Relasjonene som gir likevekt i vare- og faktormarkedene er

$$p_1 = c_1(w,q)$$
$$p_2 = c_2(w,q)$$
$$c_{1w}(w,q)Y_1 + c_{2w}(w,q)Y_2 = L$$
$$c_{1q}(w,q)Y_1 + c_{2q}(w,q)Y_2 = K$$
$$L_1 + L_2 = L$$
$$K_1 + K_2 = K$$

Her er funksjonene $c_1(w,q), c_2(w,q)$ enhetskostnadene i produksjonen av de to varene og funksjonene $c_{1w}(w,q)Y_1, c_{2w}(w,q)Y_2, c_{1q}(w,q)Y_1, c_{2q}(w,q)Y_2$ er de betingete faktoretterspørselsfunksjonene etter henholdsvis arbeidskraft og kapital i de to sektorer. (c_{ij} $(i = 1,2,\ j = w,q)$ er de deriverte av kostnadsfunksjonene med hensyn på faktorprisene.)

a) Forklar hva som ligger bak at enhetskostnadene er uavhengig av produserte mengder, og videre hvordan de betingete faktoretterspørselsfunksjoner fremkommer.

b) Vis hvordan du i prinsippet kan bestemme produksjonen av de to varene.

c) Vi vil forutsette at sektor 1 er mer arbeidsintensiv enn sektor 2 i den forstand at $K_1 / L_1 < K_2 / L_2$. Forklar hva denne forutsetningen innebærer. Bruk gjerne figurer.

d) Anta nå at tilgangen på arbeidskraft øker. Vis hvordan sammensetningen av produksjonen i landet endres ved økt tilgang på arbeidskraft. Bruk matematikk til å vise virkningen av en marginal endring i arbeidskraften og bruk en figur til å vise virkningene av en endelig endring. Figuren skal vise produksjonsmulighetene i begge sektorer samtidig og de totale ressursrammene, og substitumalene skal vises for begge sektorer. En slik figur kalles gjerne en bytteboks.

NYNORSK

Oppgåvene tel likt.

Oppgåve 1

Vi skal studere ein Solow vekstmodell for ein lukka økonomi med relasjonane

$$Y = F(K, L)$$

$$Y = C + I$$

$$I = \gamma Y,\ 0 < \gamma < 1$$

$$\dot{K} = I - \delta K, 0 < \delta < 1$$

Her er Y brutto nasjonalprodukt, K kapitalbehaldninga, L tal på arbeidarar, C konsum, I investering, $\dot{K}$ endring i kapitalbehaldninga over tid, γ investeringsraten og δ depresieringsraten.

- **a)** Forklar relasjonane i modellen
- **b)** Kva for eigenskapar vil du føresetje at produktfunksjonen har?
- **c)** Kva tyder det at produktfunksjonen er homogen av grad 1 i K og L?
- **d)** Vis modellen på intensivform (variable relativt til arbeidskrafta). Vi føreset at arbeidskrafta er konstant. Vis spesielt korleis du kan skrive produktfunksjonen på intensivform som ein funksjon av $k = K/L$ når den er homogen av grad 1.
- **e)** Løys modellen for endringa over tid i kapital per arbeidar $\dot{k}$.
- **f)** Definer kva ein stasjonærtilstand er. Finn stasjonærtilstanden for modellen på intensivform for dei variable k og $y = Y/L$. Diskuter løysinga i ein figur.
- **g)** Diskuter korleis stasjonærløysinga blir endra dersom 1) investeringsraten og 2) depresieringsraten tek andre verdiar.
- **h)** Gå ut ifrå at vi startar med ein verdi av k som er 1) mindre enn k i stasjonærtilstanden, 2) større enn k i stasjonærtilstanden. Vis at k flytter seg mot stasjonærtilstanden i begge tilfelle. Bruk gjerne ein figur.

Oppgåve 2

Vi ser på ein liten open økonomi som har gitte mengder av innsatsfaktorane arbeidskraft L og kapital K og som produserer to varer Y_1 og Y_2 som blir handla på verdsmarknaden, mens faktorane ikkje er mobile mellom land. Vi føreset at det er fri teknologiflyt mellom landa. Prisane p_1 og p_2 på varene Y_1 og Y_2 er gitt på verdsmarknaden, mens arbeidskraftprisen w og kapitalprisen q blir fastsette internt i dei felles marknadene i landet for dei to sektorane. Relasjonane som gir likevekt i vare- og faktormarknadene er

$$p_1 = c_1(w,q)$$
$$p_2 = c_2(w,q)$$
$$c_{1w}(w,q)Y_1 + c_{2w}(w,q)Y_2 = L$$
$$c_{1q}(w,q)Y_1 + c_{2q}(w,q)Y_2 = K$$
$$L_1 + L_2 = L$$
$$K_1 + K_2 = K$$

Her er funksjonane $c_1(w,q), c_2(w,q)$ kostnad per eining i produksjonen av dei to varene og funksjonane $c_{1w}(w,q)Y_1, c_{2w}(w,q)Y_2, c_{1q}(w,q)Y_1, c_{2q}(w,q)Y_2$ er dei betinga faktoretterspørselsfunksjonane etter høvesvis arbeidskraft og kapital i dei to sektorane. ($c_{ij}, (i = 1,2, j = w,q)$ er dei deriverte av kostnadsfunksjonane med omsyn på faktorprisane.)

a) Forklar kva som ligg bak at kostnadene per eining er uavhengig av produserte mengder, og vidare korleis dei betinga faktoretterspørselsfunksjonane kjem fram.

b) Vis korleis du i prinsippet kan fastsetje produksjonen av dei to varene.

c) Vi vil føresetje at sektor 1 er meir arbeidsintensiv enn sektor 2 i den forstand at $K_1 / L_1 < K_2 / L_2$. Forklar kva denne føresetnaden inneber. Bruk gjerne figurar.

d) Gå no ut ifrå at tilgangen på arbeidskraft aukar. Vis korleis samansetjinga av produksjonen i landet blir endra ved auka tilgang på arbeidskraft. Bruk matematikk til å vise verknaden av ei marginal endring i arbeidskrafta og bruk ein figur til å vise verknadene av ei endeleg endring. Figuren skal vise produksjonsmoglegheitene i begge sektorar samtidige og dei totale ressursrammene, og substitumalene skal visast for begge sektorar. Ein slik figur blir gjerne kalla ein byteboks.

ENGLISH

The problems count equally.

Problem 1

We want to study a Solow growth model for a closed economy with the relations:

$$Y = F(K, L)$$

$$Y = C + I$$

$$I = \gamma Y,\ 0 < \gamma < 1$$

$$\dot{K} = I - \delta K, 0 < \delta < 1$$

Here *Y* is production, *K* real capital, *L* number of workers, *C* consumption, *I* investments, $\dot{K}$ increase in the capital stock over time, γ the rate of investment and δ the rate of depreciation.

- **a)** Explain the relations of the model.
- **b)** Which properties will you assume that the production function have?
- **c)** What does it mean that that the production function is homogenous of degree 1 in *K* and *L*?
- **d)** Show the model on intensive form (variables relative to labour). We assume that the labour force is constant. Show in particular how you can write the production function on intensive form as a function of $k = K/L$ when it is homogenous of degree 1.
- **e)** Solve the model for change over time in capital per worker $\dot{k}$.
- **f)** Define a stationary state. Find the stationary state for the model on intensive form for the variables *k* and $y = Y/L$. Discuss the solution in a figure.
- **g)** Discuss how the stationary state changes if 1) the rate of investment and 2) the rate of depreciation take other values.
- **h)** Assume that we start with a value of *k* that is 1) smaller than *k* in the stationary state, 2) greater than *k* in the stationary state. Show that *k* moves towards the stationary state in both cases. You may use a figure.

Problem 2

We consider a small open economy that have given levels of the inputs labour L and capital K and that produces to goods Y_1 and Y_2 that are traded on the world market, while the factors are not mobile between countries. We assume a free flow of technology between countries. The prices p_1 and p_2 are given on the world market, while the labour price w and the capital price q are determined within the country in common markets for the two sectors. The relationships that give equilibrium in the goods- and factor markets are given by

$$p_1 = c_1(w,q)$$
$$p_2 = c_2(w,q)$$
$$c_{1w}(w,q)Y_1 + c_{2w}(w,q)Y_2 = L$$
$$c_{1q}(w,q)Y_1 + c_{2q}(w,q)Y_2 = K$$
$$L_1 + L_2 = L$$
$$K_1 + K_2 = K$$

Here the functions $c_1(w,q)$, $c_2(w,q)$ are the unit costs in the production of the two goods and the functions $c_{1w}(w,q)Y_1$, $c_{2w}(w,q)Y_2$, $c_{1q}(w,q)Y_1$, $c_{2q}(w,q)Y_2$ are the conditional factor demand functions for labour and capital, respectively, in the two sectors. (c_{ij} $(i=1,2, j=w,q)$ are the derivatives of the cost function w.r.t. the factor prices.)

- **a)** Explain what is behind that the unit costs are independent of produced amounts, and furthermore, how the conditional factor demand functions are derived.
- **b)** Show how you in principle can determine the output of the two goods.
- **c)** We will assume that Sector 1 is more labour intensive than Sector 2 meaning that $K_1/L_1 < K_2/L_2$. Explain what this assumption means. You may use figures.
- **d)** The supply of labour gets an increase. Show how the composition of the production in the country changes by an increase in total supply of labour. Use mathematics to show the effects of a marginal change in labour and use a figure to show the effects of a finite change. The figure should show the production possibilities of the two sectors simultaneously and the total resource constraint, and the substitumals (expansion paths) should be shown for both sectors. Such a figure is usually called an exchange box (Edgeworth box).