Vidar Christiansen

ECON3610/4610 – Semesteroppgave høsten 2010.

Oppgave 1

Flere framgangsmåter er mulige. Her er én.

Betingelsen for balanse i utenrikshandelen

$$q_1(X_1 - C_1) + q_2(X_2 - C_2) = 0 \qquad (1)$$

Kan skrives om ved å bruke produktfunksjonen og balanserelasjonen for arbeidskraft

$$q_1(F_1(N_1) - C_1) + q_2(G(N - N_1) - C_2) = 0 \qquad (2)$$

Maksimer nyttefunksjonen under denne bibetingelsen. Formuler Lagrangefunksjonen

$$U(C_1, C_2) - \lambda\left[q_1(F(N_1) - C_1) + q_2(G(N - N_1) - C_2)\right] \qquad (3)$$

Deriver mhp N_1, C_1, C_2 og sett lik null.

$$\lambda\left[q_1(F'(N_1) - q_2 G'(N_2)\right] = 0 \qquad (4)$$

$$U_1 + \lambda q_1 = 0 \qquad (5)$$

$$U_2 + \lambda q_2 = 0 \qquad (6)$$

Dette gir

$$\frac{G'(N_2)}{F'(N_1)} = \frac{q_1}{q_2} \qquad (7)$$

og

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{q_1}{q_2} \qquad (8)$$

der fotskrifter på U angir partiellderiverte.

[Alternativt kunne en bruke mer eller mindre innsetting. En kan også bruke to trinn der en først finner effektivitet i godetilgangen og deretter maksimerer nytten gitt slik effektivitet.]

(7) kan tolkes som at den marginale alternativkostnaden til gode 1 (målt i enheter av gode 2) er den samme enten godet skaffes til veie ved innenlands produksjon eller kjøpes på

verdensmarkedet. Ytterligere litt utdyping av dette vil være fint. Se for eksempel på situasjonen der betingelsen ikke er oppfylt.

(8) kan tolkes som at den marginale betalingsvillighet for (verdsetting av) gode 1 er lik den marginale alternativkostnaden – begge målt i enheter av gode 2. (Det en er villig til å oppgi av gode 2 for en enhet av gode 1 er lik det en faktisk må oppgi.)

Sammen med bibetingelsen og balansrelasjonenfor arbeid har vi fire relasjoner til å bestemme N_1, N_2, C_1, C_2 . Produksjonen følger av produktfunksjonene.

b) Bibetingelsen (2) er den samme som før. Lagrangefunksjonen blir nå

$$U(C_1, C_2, N_1) - \alpha\left[q_1(F(N_1) - C_1) + q_2(G(N - N_1) - C_2)\right] \qquad (9)$$

Deriver mhp N_1, C_1, C_2 og sett lik null.

$$U_N - \alpha\left[q_1(F'(N_1) - q_2 G'(N_2))\right] = 0 \qquad (10)$$

$$U_1 + \alpha q_1 = 0 \qquad (11)$$

$$U_2 + \alpha q_2 = 0 \qquad (13)$$

der $U_N = \dfrac{\partial U}{\partial N_1}$

ved å bruke de to siste betingeelsene i den første får vi

$$U_N + \left[U_1(F'(N_1) - U_2 G'(N_2))\right] = 0 \qquad (14)$$

og dermed

$$\frac{\frac{\partial U}{\partial N_1}}{\frac{\partial U}{\partial C_2}} + \frac{\frac{\partial U}{\partial C_1}}{\frac{\partial U}{\partial C_2}} F' - G' = 0 \qquad (15)$$

G’ er den marginale avkastningen av arbeidsinnsats i sektor 2. F’ er grenseproduktvitieten av arbeidskraft i sektor 1. $\dfrac{\frac{\partial U}{\partial C_1}}{\frac{\partial U}{\partial C_2}} F'$ er forbrukernes verdsetting av dette marginalprroduktet målt i enheter av gode 2. $\dfrac{\frac{\partial U}{\partial N_1}}{\frac{\partial U}{\partial C_2}}$ er et fradrag som svarer til den kompensasjon husholdningen må ha på marginen for å arbeide mer i sektor 1, målt i enheter av gode 2.

$$\frac{\frac{\partial U}{\partial N_1}}{\frac{\partial U}{\partial C_2}} + \frac{\frac{\partial U}{\partial C_1}}{\frac{\partial U}{\partial C_2}} F'$$ blir dermed netto marginalavkastningen av arbeid i sektor 1, som skal være lik marginalavkastningen av arbeid i sektor 2.

(11) og (12) gir

$\frac{U_1}{U_2} = \frac{q_1}{q_2}$ med tolkning som tidligere.

La lønnssatsene i de to sektorene være

w_1, w_2

Produsenttilpasningen ved profittmaksimering blir

$$q_1 F'(N_1) = w_1 \tag{16}$$

$$q_2 G'(N_2) = w_2 \tag{17}$$

Konsumenttilpasning

Maks $U(C_1, C_2, N_1)$ gitt $q_1 C_1 + q_2 C_2 = w_1 N_1 + w_2 (N - N_1) + \pi$ der konsumenten tar lønnssatser og profitt som gitt.

Bruk Lagrange-funksjonen

$$U(C_1, C_2, N_1) - \beta\left(q_1 C_1 + q_2 C_2 - w_1 N_1 - w_2 (N - N_1) - \pi\right) \tag{18}$$

$$U_1 - \beta q_1 = 0 \tag{19}$$

$$U_2 - \beta q_2 = 0 \tag{20}$$

$$U_N + \beta w_1 - \beta w_2 = 0 \tag{21}$$

Det følger at

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{q_1}{q_2} \tag{22}$$

$$U_N + U_1 \frac{w_1}{q_1} - U_2 \frac{w_2}{q_2} = 0 \tag{23}$$

Ved også å bruke produsenttilpasningen har vi

$$\frac{U_N}{U_2}+\frac{U_1}{U_2}F'-G'=0 \qquad (24)$$

I tillegg må betingelsene

$N_1+N_2=N$ (likevekt i arbeidsmarkedet)

og

$q_1(X_1-C_1)+q_2(X_2-C_2)=0$ (balanse i utenrikshandelen) gjelde.

Oppgave 2

a) Vi bruker X som måleenhet, har pris=1

b)

Produsenten

maks $\pi=F(N,E)-wN-qE$

$$F_N-w=0 \qquad (1)$$

$$F_E-q=0 \qquad (2)$$

Andreordensbetingelser

$$F_{NN}<0$$

$$F_{EE}F_{NN}-\left(F_{NE}\right)^2>0$$

Husholdningen

$$R=w\overline{N}+qZ+\pi \qquad (3)$$

$$R=C+qe \qquad (4)$$

Nyttemaksimering gir

$$\frac{U_e}{U_c}=q \qquad (5)$$

Markedslikevekt

$$E+e=Z \qquad (6)$$

$$C=X \qquad (7)$$

Åtte likninger bestemmer E, e, C,X, w, q, R, π. (Likevekt i arbeidsmarkedet følger av Walras' lov)

c) (3) og (4) gir

$$C + qe = w\overline{N} + qZ + \pi$$

Bruk så definisjonen av profitt: $C + qe = w\overline{N} + qZ + X - qE - wN$

$$(C - X) + q(e + E - Z) + w(N - \overline{N}) = 0$$

Verdien av overskuddsetterspørselen summert over alle markeder er lik null. Walras' lov gjelder.

d)

Produsenten

$$F_N(N,E) = w \qquad (8)$$

$$F_E(N,E) = \overline{q} \qquad (9)$$

Definerer implisitt $E(N,\overline{q}), w(N,\overline{q})$, og $N = \overline{N}$.

Konsumenten

$$R = wN + \overline{q}E + q(Z - E) + \pi \qquad (10)$$

$$C + qe = R \qquad (11)$$

$$\frac{U_e}{U_c} = q \qquad (12)$$

Likevekt

$$E + e = Z \qquad (13)$$

$$N = \overline{N} \qquad (14)$$

$$\pi = F(N) - \overline{q}E - wN \qquad (15)$$

Åtte likninger bestemmer N, E, e, C, R, π, w, q

e)

Produsenten

$$F_N(N,E) = w \tag{16}$$

$$F_E(N,E) = \overline{q} \tag{17}$$

$$F_{NN} + F_{NE}E' = w' \tag{18}$$

$$F_{EN} + F_{EE}E' = 0 \tag{19}$$

der $E' = \dfrac{dE}{dN}$, $w' = \dfrac{dw}{dN}$

$$E' = \frac{-F_{EN}}{F_{EE}} \tag{20}$$

$$\operatorname{sgn} E' = \operatorname{sgn} F_{EN}$$

Det avgjørende er om faktorene er teknisk komplementære eller alternative.

$$F_{NN} + F_{NE}\left(-\frac{F_{EN}}{F_{EE}}\right) = w' \tag{21}$$

$$\frac{1}{F_{EE}}\left(F_{EE}F_{NN} - \left(F_{NE}\right)^2\right) = w' < 0 \tag{22}$$

der fortegnet følger av andreordensbetingelsene.

La nå $E' = \dfrac{dE}{d\overline{q}}$

$$F_{EE}E' = 1 \tag{23}$$

$$E' = \frac{1}{F_{EE}} < 0 \tag{24}$$

$$F_{NE}E' = w' \tag{25}$$

$$\frac{F_{NE}}{F_{EE}} = w' \tag{26}$$

$$\operatorname{sgn} w' = -\operatorname{sgn} F_{NE}$$

f) Samfunnsøkonomisk effektiv allokering

Maks $U(F(N,E), Z - E)$

$$U_C F_E - U_e = 0 \tag{27}$$

$$N = \overline{N} \quad (28)$$

$$C = F(N, E) \quad (29)$$

$$E + e = Z \quad (30)$$

Fire likninger til å bestemme *E, e, N, C*

g)

$$\frac{U_e}{U_c} = q > \overline{q} = F_E \quad (31)$$

Prispolitikken på energi gir ikke samfunnsøkonomisk effektivitet. Forbrukernes betalingsvillighet for energi overstiger alternativkostnaden som er den produkson en kunne få ved alternativt å bruke en marginal energienhet i produksjonen. På marginen er altså energi mer verdt i forbruk enn i produksjon. Det brukes for mye energi i produksjonen. Produksjon er ikke mer verdifult enn å gi goder direkte til forbrukerne.