UNIVERSITETET I OSLO
ØKONOMISK INSTITUTT

Eksamen i: **ECON3610/4610 Samfunnsøkonomisk lønnsomhet og økonomisk politikk**
Exam: ECON3610/4610 - Resource allocation and economic policy

Eksamensdag: Onsdag 28. november
Date of exam: Wednesday, November 28

Sensur kunngjøres: 17. desember 2007
Grades will be given: December 17, 2007

Tid for eksamen: kl. 14:30 – 17:30
Time for exam: 02:30 p.m. – 05:30 p.m.

Oppgavesettet er på 6 sider
The problem set covers 6 pages

English version on page 4

Tillatte hjelpemidler:
- Ingen tillatte hjelpemidler

Resources allowed:
- *No resources allowed*

Eksamen blir vurdert etter ECTS-skalaen. A-F, der A er beste karakter og E er dårligste ståkarakter. F er ikke bestått.

The grades given: A-F, with A as the best and E as the weakest passing grade. F is fail.

Du skal betrakte en lukket økonomi der det produseres to varer som konsumeres av en stor gruppe identiske konsumenter, oppfattet som én representativ konsument eller husholdning. Konsumenten har en nyttefunksjon $U(c_1, c_2, h)$, der c_i er forbruk av vare i, $i = 1, 2$, mens h er tilbud av arbeid. Denne nyttefunksjonen har vanlige egenskaper.

Vare 1 produseres i sektor 1 med mange like produsenter, i mengde x, kun ved hjelp av arbeidskraft (n). Vare 2 produseres i sektor 2 av mange like produsenter, i mengde y, ved bruk av arbeidsinnsats (N) og med x-varen som vareinnsats (z). Begge produktfunksjonene har positive og avtakende grenseproduktiviteter, samtidig som den marginale tekniske substitusjonsbrøk i y-produksjonen er avtakende. Økonomien kan derfor framstilles ved følgende sammenhenger:

(1)	$x = F(n)$	Produktfunksjon i sektor 1
(2)	$y = G(N, z)$	Produktfunksjon i sektor 2
(3)	$x = c_1 + z$	Tilgang lik bruk av vare 1
(4)	$y = c_2$	Tilgang lik bruk av vare 2
(5)	$h = n + N$	Tilgang lik bruk av arbeidskraft

a) Anta først at samlet arbeidstilbud er gitt og er lik h^0, samtidig som z er bestemt av forhold utenfor modellen og er lik z^0. Forklar kort hvilket valg en samfunnsplanlegger som søker høyest mulig velferd eller nytte har, gitt tilgjengelige ressurser og teknologi, og forklar betingelse (6):

$$(6) \quad \frac{\frac{\partial U}{\partial c_1}}{\frac{\partial U}{\partial c_2}} = \frac{\frac{\partial G}{\partial N}}{F'(n)}$$

b) Opphev antakelsen om eksogent gitt vareinnsats i *y*-produksjonen, samtidig som samlet arbeidstilbud fremdeles er gitt og lik h^0. Begrunn at den allokering som nå maksimerer nytten gitt (1) – (5), må oppfylle de to betingelsene (6) og (7), og forklar samtidig innholdet i dem:

$$(6)-(7) \quad \frac{\frac{\partial U}{\partial c_1}}{\frac{\partial U}{\partial c_2}} = \frac{\frac{\partial G}{\partial N}}{F'(n)} = \frac{\partial G}{\partial z}$$

(Om du ønsker å skrive disse betingelsene på en annen måte, kan du gjerne gjøre det. Hovedpoenget er tolkningen!)

c) Anta at markedene organiseres som vanlige frikonkurransemarkeder, der hver bedrift maksimerer profitt til gitte priser, samtidig som konsumenten maksimerer nytte til gitte priser og gitt inntekt, som er lik lønnsinntekt pluss profitt. Forklar kort hvorfor optimumsløsningen fra punkt b) lar seg realisere som en markedslikevekt.

d) La oss så anta at arbeidstilbudet ikke lenger er gitt. Hva er betingelsen for at arbeidstilbudet vil bli større enn h^0? (Du skal bare forklare når konsumenten vil arbeide mer enn h^0, ikke avgjøre hvor mye mer.)

****

Vi skal nå tenke oss at antall husholdninger er *H*, hvorav H_1 er arbeidstakere, mens H_2 lever på offentlige overføringer og mottar stønad, med $H = H_1 + H_2$. Videre skal vi tenke oss at i tillegg til de to ferdigvarene *x og y*, er det også et kollektivt gode som produseres i mengde *g* kun ved hjelp av arbeidskraft (m). Vi antar nå at *y*-varen bare produseres ved bruk av arbeidskraft og konsumeres bare av dem som mottar stønad, mens *x*-varen bare konsumeres av arbeidstakerne.

Hver av de H_1 arbeidstakerne arbeider h timer og har en nyttefunksjon $U(c_1, h; g)$, mens de H_2 som lever på overføringer, har nyttefunksjon $V(c_2; g)$. Myndighetene maksimerer velferden $W = H_1 \cdot U(c_1, h; g) + H_2 \cdot V(c_2; g)$, gitt følgende realøkonomiske sammenhenger:

(1)'	$x = F(n)$	Produktfunksjon i sektor 1
(2)′	$y = E(N)$	Produktfunksjon i sektor 2
(3)′	$x = H_1 \cdot c_1$	Tilgang lik bruk av vare 1
(4)′	$y = H_2 \cdot c_2$	Tilgang lik bruk av vare 2
(5)'	$H_1 \cdot h = n + N + m$	Tilgang lik bruk av arbeidskraft
(8)	$g = f(m)$	Produktfunksjon for det kollektive godet

e) Gjør rede for hvilke avveininger en velferdsmaksimerende offentlig myndighet nå står overfor, og forklar følgende betingelser, som definerer den optimale allokeringen:

(9) $$\frac{\partial U}{\partial c_1} \cdot F'(n) = \frac{\partial V}{\partial c_2} \cdot E'(N)$$

(10) $$\frac{-\frac{\partial U}{\partial h}}{\frac{\partial U}{\partial c_1}} = F'(n)$$

(11) $$\frac{H_1 \cdot \frac{\partial U}{\partial g}}{\frac{\partial U}{\partial c_1}} \cdot \frac{1}{F'(n)} + \frac{H_2 \cdot \frac{\partial V}{\partial g}}{\frac{\partial V}{\partial c_2}} \cdot \frac{1}{E'(N)} = \frac{1}{f'(m)}$$

f) Gjør til slutt kort rede for hva slags problemer myndighetene kan stå overfor når de forsøker å realisere allokeringen fra punkt e) når all profitt tilfaller arbeidstakerne, samtidig som det offentlige bare kan finansiere overføringer og kostnader ved å beskatte arbeidstakerne.

ENGLISH VERSION

Consider a closed economy where two commodities are produced for consumption among a large group of identical consumers, here considered as one representative consumer or household. The consumer's utility function is $U(c_1, c_2, h)$, where c_i is consumption of commodity *i*; $i = 1, 2$, while *h* is supply of labour. The utility function has standard properties.

Commodity 1 is produced in sector 1 in quantity *x* by many identical producers, using only labour as input (*n*). Commodity 2 is produced by many identical producers in sector 2. The output in sector 2, denoted *y*, is produced by using labour (*N*) and *z* units of the *x*-commodity as inputs. Each production function has positive and declining marginal productivities, while the marginal technical rate of substitution in producing *y* is decreasing. The economy can therefore be represented by the following relations:

(1)	$x = F(n)$	Production function in sector 1
(2)	$y = G(N, z)$	Production function in sector 2
(3)	$x = c_1 + z$	Supply equals demand for commodity 1
(4)	$y = c_2$	Supply equals demand for commodity 2
(5)	$h = n + N$	Supply equals demand for labour

a) Suppose first that supply of labour is fixed and given by h^0, and that *z* is exogenously determined and given by z^0. Explain briefly the nature of the decision problem you have as a social planner aiming at maximising utility, given the available resources and technologies. You should also explain condition (6):

$$(6) \quad \frac{\frac{\partial U}{\partial c_1}}{\frac{\partial U}{\partial c_2}} = \frac{\frac{\partial G}{\partial N}}{F'(n)}$$

b) Relax the assumption that the use of the *x*-commodity in *y*-production is exogeneous, but keep the assumption that labour supply is fixed and equal to h^0. Argue that the allocation that maximises welfare subject to (1) – (5), must obey conditions (6) and (7), and give an explanation of these conditions:

$$(6)-(7) \quad \frac{\dfrac{\partial U}{\partial c_1}}{\dfrac{\partial U}{\partial c_2}} = \frac{\dfrac{\partial G}{\partial N}}{F'(n)} = \frac{\partial G}{\partial z}$$

(If you prefer to express these conditions in a different way, please do so. Focus on interpretation!)

c) Suppose that markets are organised as competitive markets, where each producer is maximising profits at given prices, while the consumer maximises utility at given prices and income, comprising of wage income and profits. Explain briefly why the optimal allocation derived in b) above, can be realised as a market equilibrium.

d) Then assume that the supply of labour no longer is fixed. What is the condition that the supply of labour will exceed h^0? (You are expected to show when the consumer will work more than h^0, not determine how much more.)

****

Suppose that the number of households is *H*, among which H_1 are workers, while H_2 get their incomes as financial support or transfer from the government, with $H = H_1 + H_2$. In addition to the two final commodities, *x* and *y*, there is a public good, provided in an amount *g* by using only labour (m) as input. We also assume that the *y*-commodity in the present setting is being produced by labour alone. The *y*-commodity is consumed solely by the non-workers, while the *x*-commodity is consumed solely by the workers.

Each of the H_1 workers works h timer, having a utility function $U(c_1, h; g)$, whereas each of the H_2 non-workers, has utility function $V(c_2; g)$. The government (the central planner) maximises the welfare $W = H_1 \cdot U(c_1, h; g) + H_2 \cdot V(c_2; g)$, given the relations describing the economy:

(1)'	$x = F(n)$	Production function in sector 1
(2)'	$y = E(N)$	Production function in sector 2
(3)'	$x = H_1 \cdot c_1$	Supply equals demand for commodity 1
(4)'	$y = H_2 \cdot c_2$	Supply equals demand for commodity 2
(5)'	$H_1 \cdot h = n + N + m$	Supply equals demand for labour
(8)	$g = f(m)$	Production function for the public good

e) Explain what kind of trade-offs the welfare-maximising central planner is facing, and explain the following conditions, which describe the optimal allocation:

(9) $$\frac{\partial U}{\partial c_1} \cdot F'(n) = \frac{\partial V}{\partial c_2} \cdot E'(N)$$

(10) $$\frac{-\frac{\partial U}{\partial h}}{\frac{\partial U}{\partial c_1}} = F'(n)$$

(11) $$\frac{H_1 \cdot \frac{\partial U}{\partial g}}{\frac{\partial U}{\partial c_1}} \cdot \frac{1}{F'(n)} + \frac{H_2 \cdot \frac{\partial V}{\partial g}}{\frac{\partial V}{\partial c_2}} \cdot \frac{1}{E'(N)} = \frac{1}{f'(m)}$$

f) Finally you are asked to discuss briefly what kind of problems the government might face when trying to implement the allocation from question e), when all profits accrue to the workers and the government can finance transfers and expenditures only by taxing the workers.