

Løsningsveiledning seminar 4, oppgave 2

Econ 3610/4610, høst 2016

Oppgave 2

Vi skal se på en lukket økonomi, der det produseres en konsumvare x , vha arbeidskraft og energi. Produksjonen er gitt ved $x = F(E_3, \bar{N})$, der E_3 er mengden energi som brukes i produksjonen, og \bar{N} er en gitt mengde tilgjengelig arbeidskraft som finnes i økonomien. x konsumeres av to konsumenter, som i tillegg har nytte av konsum av energi. Deres nyttefunksjoner er gitt ved henholdsvis $U_1(c_1, E_1; \bar{N})$ og $U_2(c_2, E_2)$. Energi finnes tilgjengelig i en gitt mengde, \bar{E} .

a)

Vi skal først tenke oss at mengden energi som brukes i produksjonen er bestemt utenfor modellen (for eksempel av landets myndigheter), og satt til; $E_3 = \bar{E}_3$. Produksjonen av konsumvaren vil da være gitt ved $\bar{x} = F(\bar{E}_3, \bar{N})$. Hvilket allokeringsproblem står en velmendende samfunnsplanlegger ovenfor i denne økonomien? Og hva er betingelsen for bytteeffektivitet i denne økonomien? Forsøk å illustrere hva bytteeffektivitet innebærer i en figur.

FORSLAG TIL LØSNING: Når energimengden i produksjonen (og dermed produksjonen av konsumvaren) er bestemt utenfor modellen, står samfunnsplanleggeren ovenfor to problemer: *Hvordan fordele $\bar{E} - E_3$ og \bar{x} mellom konsument 1 og 2?* Den realøkonomiske rammen er da gitt ved:

$$\begin{aligned}U_1(c_1, E_1, \bar{N}) \\ U_2(c_2, E_2) \\ E_1 + E_2 &= \bar{E} - E_3 \\ c_1 + c_2 &= \bar{x}\end{aligned}$$

Betingelsen for bytteeffektivitet finner vi ved å maksimere nytten til den ene konsumenten

(feks. konsument 1) betinget på den realøkonomiske rammen og et gitt nyttenivå for den andre konsumenten (konsument 2).

Betingelsen for bytteeffektivitet blir da:

$$\frac{\frac{\partial U_1}{\partial E_1}}{\frac{\partial U_1}{\partial c_1}} = \frac{\frac{\partial U_2}{\partial E_2}}{\frac{\partial U_2}{\partial c_2}}$$

Konsumentenes MSB'er skal være like, dvs at deres marginale betalingsvilje for energi, målt i enheter av konsumvaren, skal være lik, eller at det antall enheter av konsumvaren man må gi konsument 1 i kompensasjon dersom han skal beholde samme nyttenivå når energikonsumet reduseres med en enhet, skal være lik det konsument 2 er villig til å gi fra seg av konsumvaren for en økning i energikonsumet på en enhet. Dersom denne betingelsen ikke holder, vil minst en av konsumentene kunne få høyere nytte, uten at noen av dem får lavere nytte.

Alle bytteeffektive allokeringer kan illustreres i en bytteboks der bredden i bytteboksen er gitt ved $\bar{E} - E_3$, og høyden er gitt ved \bar{x} , mens konsument 1's konsum av x-vare og energi måles fra nedre venstre hjørne, og konsument 2's konsum måles fra øvre høyre hjørne. Kontraktskurven (kurven av alle bytteeffektive allokeringer) går da gjennom alle punkter der konsumentenes indifferenskurver tangerer.

b)

La nå E_3 være en endogen variabel, som bestemmes i modellen. Vis at en samfunnsøkonomisk effektiv allokering er kjenntegnet ved (1), og gi en tolkning av disse betingelsene.

$$\frac{\partial F}{\partial E_3} = \frac{\frac{\partial U_1}{\partial E_1}}{\frac{\partial U_1}{\partial c_1}} = \frac{\frac{\partial U_2}{\partial E_2}}{\frac{\partial U_2}{\partial c_2}} \quad (1)$$

FORSLAG TIL LØSNING: Samfunnsplanleggeren står nå ovenfor problemet:

$$\begin{aligned} \max U_1(c_1, E_e, \bar{N}) \quad & \text{gitt} \quad U_2(c_2, E_2) = \bar{U}_2 \\ & x = F(E_3, \bar{N}) \\ & E_1 + E_2 + E_3 = \bar{E} \\ & c_1 + c_2 = x \end{aligned}$$

Førsteordensbetingelsene for dette maksimeringsproblemet er gitt ved (1).

Likning (1) forteller oss at avkastningen/verdien av energiressursen på marginen skal være den samme i alle tre anvendelser. Den første likheten sier at marginalproduktiviteten av energi i produksjonen av x (eller MTB: hvor mange enheter x vi får om vi øker E_3 med en enhet), skal være lik konsument 1's marginale betalingsvilje for energi målt i enheter av konsumvaren (eller MSB for konsument 1: antall enheter konsument 1 er villig til å gi fra seg av konsumvaren for en økning i E_1 på en enhet). Den siste likheten er den samme vi fant i oppgave a). Likning (1) sier altså at MTB mellom energi og konsumvare skal være lik konsumentenes felles MSB mellom de to godene.

c)

Vis at den allokeringen som realiseres i en markedslikevekt tilfredsstiller betingelsene for effektivitet, når konsument 1 eier arbeidskraften og bedriften, og konsument 2 eier energiressursen.

FORSLAG TIL LØSNING: Sett opp hver enkelt aktørs maksimeringsproblem, når $R_1 = w\bar{N} + \pi$ og $R_2 = q\bar{E}$, der w er lønna, q er prisen på energi, og π er profitten fra bedriften. Prisen på konsumvaren er p . Tilpasningsbetingelsene blir jo:

$$\frac{\frac{\partial U_2}{\partial E_2}}{\frac{\partial U_2}{\partial c_2}} = \frac{q}{p}, \quad \frac{\frac{\partial U_1}{\partial E_1}}{\frac{\partial U_1}{\partial c_1}} = \frac{q}{p} \quad \text{og} \quad \frac{\partial F}{\partial E_3} = \frac{q}{p},$$

som sammen gir de to betingelsene for effektiv allokering.

d)

Hvilken allokering realiseres i markedslikevekten dersom konsument 1 har eierrettighetene både til \bar{N} og \bar{E} ? Er denne allokeringen Pareto-optimal? Diskuter hva svaret på dette spørsmålet innebærer for forståelsen av begrepet Paretooptimalitet.

FORSLAG TIL LØSNING: Konsument 2 vil konsumere 0 av både konsumvare og energi. Ingen av konsumentene kan få det bedre uten at den andre får det verre, altså er allokeringen Pareto-optimal. Vi bør altså ha klart for oss at Paretooptimalitet/effektivitet ikke (nødvendigvis) innebærer en god eller optimal allokering av ressurser i et rettferdighets- eller fordelingsperspektiv.