Løsningsveiledning*, Seminar 9

Econ 3610/4610, Høst 2016

Oppgave 1

(oppg. 3 eksamen H11 med noen små endringer)

Vi betrakter en aktør på to tidspunkter, 1 og 2. Denne aktøren representerer mange aktører i befolkningen og oppfatter seg som en liten enhet i økonomien. På tidspunkt 1 har aktøren en ressursmengde Y som kan brukes til forbruk, C_1, eller investering, I:

$$Y = C_1 + I \tag{1}$$

Investeringen kan fordeles med I_1 på kapital type 1, og I_2 på kapital type 2:

$$I = I_1 + I_2 \tag{2}$$

Forbruket på tidspunkt 2, C_2, er bestemt av investeringene på tidspunkt 1, slik at

$$C_2 = F(I_1) + G(I_2). \tag{3}$$

der $F' > 0$, $F'' < 0$, $G' > 0$ og $G'' < 0$. Forbrukeren har nyttefunksjonen $U(C_1, C_2)$, med standard egenskaper.

*Merk: Løsningsveiledningen er ikke nødvendigvis en fullstendig eller fullverdig besvarelse, men skal gi veiledning i hvordan oppgaven kan besvares.

a)

Utled og tolk betingelsen for produksjonseffektivitet i denne økonomien. Illustrer i et badekardiagram. (Produksjonseffektivitet dreier seg i denne økonomien om fordeling av en gitt investering på de to typene kapital.)

Forslag til løsning:

Betingelsen for produksjonseffektivitet (effektivitet i fordelingen av en gitt investering over de to typene kapital), finner vi i denne økonomien ved å maksimere konsumet i periode 2, når investeringen (og konsumet i periode 1) er gitt:

$$\max_{I_1, I_2, C_2} C_2 \text{ gitt } I = I_1 + I_2$$
$$C_2 = F(I_1) + G(I_2)$$

Løsningen på dette problemet gir følgende betingelse:

$$F'(I_1) = G'(I_2)$$

For at konsumet i periode 2 (og dermed konsumentens) nytte skal nå sitt høyest mulige nivå for en gitt investering i første periode, må investeringen fordeles slik at den siste enheten kapital kaster like mye av seg i hver anvendelse. Betingelsen kan illustreres i et badekardiagram med bredde lik I.

b)

Forklar med ord hvorfor følgende betingelse må gjelde for å få samfunnsøkonomisk effektivitet (gi en tolkning av betingelsen):

$$\frac{\frac{\partial U}{\partial C_1}}{\frac{\partial U}{\partial C_2}} = F'(I_1) \tag{4}$$

Aktøren vi ser på, er både forbruker og investor, som velger forbruk og investe-

ringer.

Forslag til løsning:

Venstresiden i betingelsen angir konsumentens MSB mellom konsum i de to periodene, eller verdien av økt konsum i første periode, målt i enheter av konsum i andre periode. Marginalavkastningen av kapital type 1 (høyresiden) forteller hvor mye konsum i periode 2 konsumenten kan få dersom konsumet i periode 1 reduseres med én enhet (MTB mellom konsum i de to periodene). Betingelsen forteller altså at investeringen må settes slik at den siste enheten kaster like mye av seg (i form av nytte til konsumenten) uavhengig av om den brukes til konsum i første periode, eller investering (som gir konsum i andre periode).

c)

Anta at det innføres en skatt på tidspunkt 2 med sats t slik at det betales et beløp $t\left[F(I_1) + G(I_2)\right]$ *i skatt. Drøft mulige effektivitetsproblemer.*

Forslag til løsning:

Skattestasen reduserer avkastningen av investeringer for konsumenten (for begge typer kapital). Konsum i periode 2 blir altså dyrere. Substitusjonseffekten av denne prisendringen tilsier en vridning bort fra konsum i periode 2, og mot konsum i periode 1. Inntektseffekten tilsier imidlertid redusert konsum i begge perioder. Totaleffekten på konsumet i periode 1 er dermed usikker, det samme er effekten på investeringen, I.

Substitusjonseffekten vil i alle tilfeller være opphav til et effektivitetstap her; sammenliknet med allokeringen i realløsningen (karakterisert ved de to foregående betingelsene), vil konsumet i periode 1 være for høyt, og konsumet i periode 2 vil være for lavt. Dette følger direkte fra konsumentens tilpasningsbetingelse gitt skattesatsen t:

$$\max_{C_1,C_2,I_1,I_2,I} U(C_1,C_2) \text{ gitt } Y = C_1 + I$$

$$I = I_1 + I_2$$

$$C_2 = (1-t)\left[F(I_1) + G(I_2)\right]$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{\partial U}{\partial C_1}}{\frac{\partial U}{\partial C_2}} = (1-t)F'(I_1) = (1-t)G'(I_2)$$

Tilpasningsbetingelsen viser altså at betingelsen for produksjonseffektivitet holder, mens det konsumenten skal ha i kompensasjon i enheter av periode 2-konsum for å gi fra seg én enhet periode 1-konsum nå er lavere enn det realøkonomiske bytteforholdet (som ikke lenger tilsvarer det privatøkonomiske bytteforholdet).

Dersom konsumenten får utbetalt de totale skatteinntektene som en lump sum-overføring, vil inntektseffekten bli eliminert, og konsumentens nyttetap tilsvarer effektivitetstapet som resulterer fra denne vridende skatten.

d)

Anta at det i stedet legges en skatt med sats s bare på avkastningen av I_1, slik at skattebeløpet blir $sF(I_1)$. Drøft mulige effektivitetsvirkninger. Illustrer i et badekardiagram.

Forslag til løsning:

Konsumentens tilpasningsbetingelse vil nå være gitt ved følgende:

$$\frac{\frac{\partial U}{\partial C_1}}{\frac{\partial U}{\partial C_2}} = (1-s)F'(I_1) = G'(I_2)$$

Vi ser at betingelsen for produksjonseffektivitet nå ikke er tilfredsstillt; konsumenten vil vri investeringen mot kapital av type 2. Dette skaper et effektivitetstap, ved at en gitt investering ikke lenger gjøres slik at total avkastning blir størst mulig.

Marginalavkastningen for en gitt investering vil altså nå være lavere. Dermed vil konsum i periode 2 også i dette tilfelle være relativt dyrere, med inntekts-, substitusjons- og effektivitesvirkninger som diskutert i oppgave c).

Illustrer i badekardiagram med bredde I, der marginalavkastningen av I_1 nå er lavere enn før.

Oppgave 2

Oppgave 3, kap. 5, Vislie m.fl.

Forslag til løsning:

Konsumenten løser følgende optimeringsproblem:

$$\max_{c,n} U(c,n) \text{ gitt } c = (1-t)wn - T$$

som gir tilpasningsbetingelsen:

$$\frac{1-\alpha}{\alpha}\frac{c}{1-n} = (1-t)w \quad \Leftrightarrow \quad \frac{-U_n}{U_c} = (1-t)w.$$

Sammen med budsjettbetingelsen definerer denne konsumetterspørsel og arbeidstilbud:

$$\begin{aligned} c((1-t)w, T) &= -\alpha T + \alpha(1-t)w \\ n((1-t)w, T) &= \alpha + (1-\alpha)\frac{T}{(1-t)w} \end{aligned}$$

a) Når $T = t = 0$ gir tilpasningsbetingelsen og budsjettbetingelsen

$$n(w, 0) = \alpha.$$

b) Når $T = 0$ og $0 < t < 1$ gir tilpasningsbetingelsen og budsjettbetingelsen også

$$n(w, 0) = \alpha.$$

c)

Inntektsskatten t endrer altså ikke arbeidstilbudet, når $T = 0$. Det betyr imidlertid *ikke* at skatten ikke er vridende. Formålet med skatten er å frigjøre ressurser slik at myndighetene kan benytte seg av dem. Fordi konsumenenten har avtakende marginalnytte av både konsum og fritid vil den effektive frigjøringen av ressurser fra konsumenten tilsi at konsum av begge godene reduseres, altså at konsumet går ned og at arbeidstilbudet går opp. Når arbeidstilbudet ikke påvirkes av inntektsskatten skjer altså ikke frigjøringen av ressurser på den samfunnsøkonomisk effektive måten.

Dette kan vi også se ved å se på tilpasningsbetingelsen. Konsumenten vil tilpasse seg slik at verdien (på maginen) av en arbeidstime er lik det konsumenten *selv* får tilbake ved å tilby én arbeidstime i markedet. Dersom vi antar at timelønna w reflekterer verdien av en arbeidstime i markedet, ser vi at en time verdsettes høyere av bedriftene i markedene enn av konsumenten, i likevekt, når inntektsskatten er positiv. Dermed vrir inntektsskatten allokeringen bort fra den effektive allokeringen.

d)

Myndighetenes skatteinntekter er gitt ved $tn((1-t)w, 0)$. For $t = 0$ er disse 0. For $0 < t < 1$ stiger skatteinntektene når t stiger, fordi arbeidstilbudet er uendret. Konsumentens problem er ikke lenger veldefinert dersom $t = 0$.

e)

Når både inntektsskatten og lumpsumskatten er positive, er arbeidstilbudet gitt ved etterspørselsfunksjonen over: $n((1-t)w, T) = \alpha + (1-\alpha)\dfrac{T}{(1-t)w}$. Dersom det kun brukes lumpsumbeskatning er arbeidstilbudet gitt ved
$n(w, T) = \alpha + (1-\alpha)T/w$, og vi ser av tilpasningsbetingelsen at konsumentens

verdsetting av en marginal arbeidstime er lik markedets verdsetting av denne.