

# Seminar 7 - Løsningsforslag\*

Econ 3610/4610, Høst 2016

## Oppgave 1

*Vi skal se på en økonomi der det produseres tre varer, alle ved hjelp av arbeidskraft. Arbeidskraft er tilgjengelig i økonomien i en gitt mengde,  $N$ , slik at:*

$$N = N_1 + N_2 + N_3 \quad (1)$$

*Hver vare produseres av én representativ produsent, alle de tre produsentene er prisfaste kvantumstilpassere. Produktfunksjonene, som har standard egenskaper, er gitt ved:*

$$x_1 = F(N_1) \quad (2)$$

$$x_2 = G(N_2) \quad (3)$$

$$x_3 = H(N_3) \quad (4)$$

*Varene benyttes utelukkende til konsum. Vi lar én representativ konsument representere en stor gruppe like konsumenter i økonomien. Denne representative konsumenten har preferanser gitt ved:*

$$U(c_1, c_2, c_3; Z)$$

---

\*Merk: Løsningsforslaget er ikke nødvendigvis en fullstendig eller fullverdig besvarelse, men skal gi veiledning i hvordan oppgaven kan besvares.

der  $c_i$  angir konsumet av vare  $i$ , mens  $Z$  angir en ekstern virkning som påføres konsumenten ved produksjon av vare 1. Vi antar at konsumenten har positiv, men avtakende marginalnytte av konsum av alle tre varene, mens nytten avhenger av  $Z$  på følgende måte:

$$\frac{\partial U}{\partial Z} < 0 \quad \frac{\partial^2 U}{\partial Z^2} < 0$$

$Z$  bestemmes ved:

$$Z = K(x_1) \tag{5}$$

Vi ser på en lukket økonomi, slik at:

$$c_1 = x_1 \tag{6}$$

$$c_2 = x_2 \tag{7}$$

$$c_3 = x_3 \tag{8}$$

Den realøkonomiske rammen i denne økonomien er dermed gitt ved konsumentens preferanser, og likningene (1)-(8).

a)

Vis at betingelsene for effektivitet kan formuleres slik:

$$\frac{\frac{\partial U}{\partial c_2}}{\frac{\partial U}{\partial c_3}} = \frac{H'(N_3)}{G'(N_2)} \tag{9}$$

$$\frac{\frac{\partial U}{\partial c_1}}{\frac{\partial U}{\partial c_3}} = \frac{H'(N_3)}{F'(N_1)} + \frac{-\frac{\partial U}{\partial Z}}{\frac{\partial U}{\partial c_3}} K'(x_1) \tag{10}$$

Forklar det økonomiske innholdet i disse to betingelsene, og illustrer betingelse (10) i et diagram.

**Forslag til løsning:**

Ved å sette inn alle åtte betingelser blir samfunnsplanleggerens problem:

$$\begin{aligned} & \max_{N_1, N_2} U(F(N_1), G(N_2), H(N - N_1 - N_2), K(F(N_1))) \\ \text{FOB. } N_2 : & \quad \frac{\partial U}{\partial c_2} G'(N_2) - \frac{\partial U}{\partial c_3} H'(N_3) = 0 \\ \text{FOB. } N_1 : & \quad \frac{\partial U}{\partial c_1} F'(N_1) - \frac{\partial U}{\partial c_3} H'(N_3) + \frac{\partial U}{\partial Z} K'(x_1) F'(N_1) = 0 \end{aligned}$$

Fra de to førsteordensbetingelsene følger betingelse (9) og (10) direkte.

Betingelse (9) forteller at det konsumenten skal ha i kompensasjon av vare 3 for å være villig til å oppgi én enhet av vare 2, må være lik det antall enheter av vare 3 produksjonen kan økes med dersom produksjonen av vare 2 reduseres med én enhet (ved å omallokere arbeidskraft). Betingelsen gir effektiv allokering av arbeidskraft mellom produksjon av vare 2 og 3, gitt produksjonen av vare 1.

Venstreside i betingelse (10) gir konsumentens marginale betalingsvilje for vare 1, i enheter av vare 3. Første ledd på høyre side gir den direkte ressurskostnaden ved å øke produksjonen av vare 1 med én enhet (i enheter av vare 3), mens det andre leddet gir kostnaden - målt i enheter av vare 3 - ved den eksterne virkningen når produksjonen av av vare 1 økes med én enhet. Effektiv allokering av arbeidskraften tilsier at konsumentens verdi av vare 1 må være lik den reelle kostnaden ved å øke produksjonen, på marginen.

b)

*Finn aktørenes tilpasning, når de tre varene, og arbeidskraft, omsettes i et marked til prisene  $p_1$ ,  $p_2$ ,  $p_3$  og  $w$ . Tolk tilpasningsbetingelsene for hver aktør, og forklar hvorfor markedslikevekten ikke gir en effektiv allokering.*

**Forslag til løsning:**

Kons:

$$\begin{aligned} & \max_{c_1, c_2, c_3} U(c_1, c_2, c_3; Z) \text{ gitt } p_1 c_1 + p_2 c_2 + p_3 c_3 = R \\ & \Rightarrow \frac{\frac{\partial U}{\partial c_2}}{\frac{\partial U}{\partial c_3}} = \frac{p_2}{p_3} \quad , \quad \frac{\frac{\partial U}{\partial c_1}}{\frac{\partial U}{\partial c_3}} = \frac{p_1}{p_3} \end{aligned}$$

Prod 1:

$$\begin{aligned} & \max_{N_1} p_1 F(N_1) - w N_1 \\ & \Rightarrow F'(N_1) = \frac{w}{p_1} \end{aligned}$$

Prod 2:

$$\begin{aligned} & \max_{N_2} p_2 G(N_2) - w N_2 \\ & \Rightarrow G'(N_2) = \frac{w}{p_2} \end{aligned}$$

Prod 3:

$$\begin{aligned} & \max_{N_3} p_3 H(N_3) - w N_3 \\ & \Rightarrow H'(N_3) = \frac{w}{p_3} \end{aligned}$$

Fra tilpasningsbetingelsene følger det at:

$$\begin{aligned} \frac{\frac{\partial U}{\partial c_2}}{\frac{\partial U}{\partial c_3}} &= \frac{p_2}{p_3} = \frac{H'(N_3)}{G'(N_2)} \\ \frac{\frac{\partial U}{\partial c_1}}{\frac{\partial U}{\partial c_3}} &= \frac{p_1}{p_3} = \frac{H'(N_3)}{F'(N_1)} < \frac{H'(N_3)}{F'(N_1)} + \frac{-\frac{\partial U}{\partial Z}}{\frac{\partial U}{\partial c_3}} K'(x_1) \end{aligned}$$

Den effektive allokeringen realiseres altså ikke i markedet. Dette skyldes at produsenten av vare 1 ikke tar hensyn til den eksterne virkningen produksjonen har på konsumentene. Den privatøkonomiske kostnaden ved å øke produksjonen (representert ved prisen på arbeidskraft) er ikke lik den ramfunnsøkonomiske kostnaden.

c)

*Myndighetene ønsker å regulere markedssvikten ved hjelp av en stykkprisavgift på produksjon av vare 1. Inntektene fra avgiften går i sin helhet til konsumentene, som en lump sum-overføring. Hvor høy bør avgiften være?*

### Forslag til løsning:

For å finne størrelsen på avgiften,  $\tau$  som implementerer den effektive allokeringen finner vi først aktørens tilpasning når denne avgiften innføres. Tilpasningen vil ikke endres for konsumenten eller for bedrift 2 eller 3.

For bedrift 1 vil avgiften endre maksimeringsproblemet, og vi får:

$$\begin{aligned} \max_{N_1} (p_1 - \tau)F(N_1) - wN_1 \\ \Rightarrow F'(N_1) = \frac{w}{p_1 - \tau} \end{aligned}$$

Det følger dermed fra (de nye) tilpasningsbetingelsene at:

$$\frac{H'(N_3)}{F'(N_1)} = \frac{p_1}{p_3} - \frac{\tau}{p_3}$$

For at betingelse (10) skal være oppfylt må vi dermed ha at:

$$\frac{\tau}{p_3} = -\frac{\frac{\partial U}{\partial Z}}{\frac{\partial U}{\partial c_3}} K'(x_1^*)$$

Avgiften - i enheter av vare 3 - skal altså være lik størrelsen på den eksterne virkningen som påføres konsumenten når produksjonen av vare 1 økes med én enhet, i punktet for effektiv allokering.

d)

*Vi kan for eksempel tenke oss at vare 1 er energi produsert ved hjelp av fossile brensler (den eksterne virkningen er forurensning), mens vare 2 representerer fornybar energi, og vare 3 annet konsum. Interesseorganisasjoner foreslår å endre reguleringene slik at det ikke lenger legges en avgift på produksjon av vare 1, men at vare 2 i stedet blir gitt et subsidie. Subsidiet kan finansieres ved en lump sum skatt på konsumentene. Diskuter hvorvidt det er mulig å oppnå den effektive allokeringen ved hjelp av et slikt subsidie.*

**Forslag til løsning:**

Et subsidie til bedrift 2 vil øke produksjonen (og konsumet) av vare 2. Dette vil trekke ressurser (arbeidskraft) ut av produksjonen av vare 1, slik at den eksterne virkningen reduseres. Subsidiet vil imidlertid også føre til mindre ressurser i produksjonen av vare 3. Dermed er det ikke mulig å oppnå en effektiv allokering av ressursene i markedslivevekt, ved hjelp av et slikt subsidie alene.

Sett gjerne opp tilpasningsbetingelsene i dette tilfellet, og vis at betingelsene for effektiv allokering ikke vil kunne tilfredsstilles uansett størrelsen på subsidiet.

## Oppgave 2

*(Deler av eksamen høst 2013)*

*Vi skal nå i første omgang se på en lukket økonomi med mange like konsumenter, som kan analyseres som én representativ konsument. Det produseres to konsumvarer i økonomien,  $x_1$  og  $x_2$ , og disse produseres ved hjelp av arbeidskraft, som finnes tilgjengelig i en gitt mengde,  $N$ . Produktfunksjonene er gitt ved:*

$$x_1 = F(N_1) \tag{1}$$

$$x_2 = G(N_2), \tag{2}$$

*der  $N_i$  angir bruk av arbeidskraft i produksjonen av vare  $i$ . Knappheten på arbeids-*

kraft illustreres ved:

$$N_1 + N_2 = N. \quad (3)$$

Vi skal så anta at produksjonen av vare 1 påfører konsumenten en negativ ekstern virkning. Vi kan for eksempel tenke oss at produksjonen skaper forurensning, som reduserer konsumentens nytte, uten at dette (i utgangspunktet) reflekteres i markedsprisene. Konsumentens nytte er gitt ved funksjonen  $U(c_1, c_2, Z)$ , der:

$$\frac{\partial U}{\partial c_1} > 0, \quad \frac{\partial U}{\partial c_2} > 0, \quad \frac{\partial U}{\partial Z} < 0.$$

Den eksterne virkningen er gitt ved:  $Z = H(x_1)$ , der  $H(0) = 0$ ,  $H'(x_1) > 0$  og  $H''(x_1) < 0$ . Den realøkonomiske rammen i denne økonomien er dermed bestemt av konsumentens preferanser, likning (1)-(3), og følgende tre likninger:

$$c_1 = x_1 \quad (4)$$

$$c_2 = x_2 \quad (5)$$

$$Z = H(x_1). \quad (6)$$

Betingelsen for samfunnsøkonomisk effektiv allokering av ressursene i denne økonomien er gitt ved:

$$\frac{\frac{\partial U}{\partial c_1}}{\frac{\partial U}{\partial c_2}} = \frac{G'(N_2)}{F'(N_1)} + \frac{-\frac{\partial U}{\partial Z}}{\frac{\partial U}{\partial c_2}} H'(x_1). \quad (*)$$

a)

Gi en tolkning av denne betingelsen, og illustrer i en figur.

**Forslag til løsning:**

Betingelsen forteller at avkastningen av arbeidskraft - i form av nytte til konsumenten - skal være den samme i begge anvendelser. Slik betingelsen er satt opp her, angir venstresiden verdien av en marginal økning i konsumet av vare 1, målt i enheter av vare 2, for konsumenten (MSB mellom de to konsumvarene). Høyresiden angir den samfunnsøkonomiske kostnaden ved å framskaffe denne marginale økningen i tilgangen på vare 1, igjen målt i enheter av vare 2. Det første leddet tilsvarer den direkte ressurskostnaden: økt produksjon av vare 1 må innebære redusert produksjon av vare 2, fordi tilgjengelig mengde arbeidskraft er gitt. Det andre leddet angir den eksterne virkningen: kostnaden av økt produksjon av vare 1 gjennom lavere nytte til konsumenten (pga. økt  $Z$ ), målt ved det antall enheter av vare 2 konsumenten er villig til å gi fra seg for å *unngå* den økningen i  $Z$  som følger når produksjonen av  $x_1$  øker marginalt (eller med én enhet).

Betingelsen kan illustreres som i figur 1. Dersom betingelsen omskrives kan den også illustreres i for eksempel et badekardiagram, der  $N$  angir bredden på diagrammet.

b)

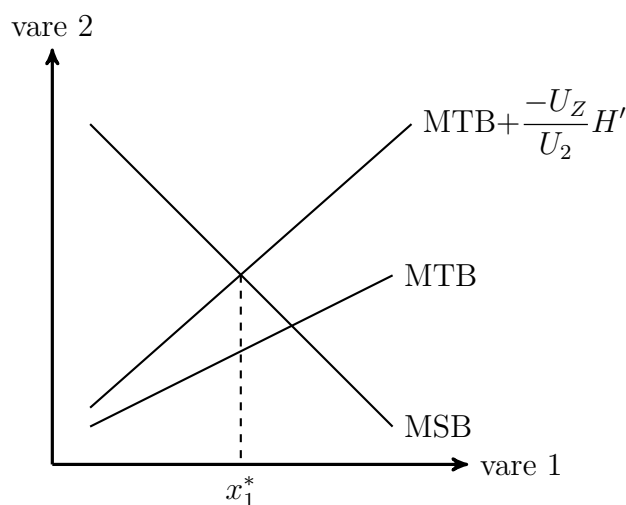
*Forsøk å gi en kortfattet verbal forklaring på hvorfor den effektive allokeringen ikke vil bli realisert i en uregulert markedslukevekt.*

### **Forslag til løsning:**

Produsenten av vare 1 vil i en uregulert markedslukevekt ikke bli stilt ansvarlig for de kostnadene den påfører konsumenten gjennom den eksterne virkningen. Den privatøkonomiske kostnaden ved å produsere vare 1 vil derfor være lavere enn den samfunnsøkonomiske kostnaden, og produsenten vil produsere for mye, sammenliknet med produksjonen i den effektive allokeringen.

*Betingelse (\*) definerer den effektive allokeringen i den lukkede økonomien, gitt ved  $N_1^*$ ,  $N_2^*$ ,  $x_1^*$ ,  $x_2^*$ ,  $c_1^*$ ,  $c_2^*$  og  $Z^*$ . Anta nå at vare 1 og 2 kan handles på verdensmarkedet til gitte priser, henholdsvis  $q_1$  og  $q_2$ .*





Figur 1: Illustrasjon av effektiv mengde produsert av vare 1. Den eksterne virkningen er ikke nødvendigvis stigende i  $x_1$ .

c) Forklar hvordan den samfunnsøkonomisk effektive allokeringen endres sammenliknet med tilfellet med lukket økonomi, dersom:

$$\frac{q_1}{q_2} < \frac{G'(N_2^*)}{F'(N_1^*)} + \frac{-\frac{\partial U(c_1^*, c_2^*, Z^*)}{\partial Z}}{\frac{\partial U(c_1^*, c_2^*, Z^*)}{\partial c_2}} H'(x_1^*) \quad (i)$$

### Forslag til løsning:

Det viktigste som bør fremkomme i besvarelsen av dette spørsmålet er at handel på verdensmarkedet i dette tilfelle vil føre til økt produksjon (og eksport) av vare 2, og redusert produksjon (og import) av vare 1, i den effektive allokeringen. Dette skjer fordi vare 2 på marginen verdsettes (relativt til vare 1) høyere på verdensmarkedet enn i den lukkede økonomien. Denne omleggingen vil jo også føre til en reduksjon i den eksterne virkningen,  $Z$ . I tillegg vil konsumet av vare 1 øke, mens effekten på konsumet av vare 2 er usikker, pga. substitusjons- og inntektseffekt som virker i motsatt retning.