

Seminar 8 - Løsningsforslag*

Econ 3610/4610, Høst 2016

Oppgave 1

Vi ser på en lukket økonomi, der vi har en stor gruppe like konsumenter (oppfattet som én representativ aktør) som konsumerer to individualgoder (private goder) og et kollektivt gode. Hvert individualgode produseres ved hjelp av arbeidskraft og det kollektive godet, som på sin side blir produsert kun ved hjelp av arbeidskraft. Samlet tilgang på arbeidskraft er gitt, lik n .

Konsumentens preferanser er gitt ved $U(c_1, c_2; g)$, som har normale egenskaper, der c_i er konsum av individualgode i , mens g er forsyningen av det kollektive godet. Det kollektive godet produseres av myndighetene, og produksjonen finansieres ved en (lump-sum) skatt tillagt konsumentene. De realøkonomiske sammenhengene er

*Merk: Løsningsforslaget er ikke nødvendigvis en fullstendig eller fullverdig besvarelse, men skal gi veiledning i hvordan oppgaven kan besvares.

gitt ved følgende seks relasjoner:

$$x_1 = f(n_1; g) \quad (1)$$

$$x_2 = F(n_2; g) \quad (2)$$

$$g = h(n_g) \quad (3)$$

$$n_1 + n_2 + n_g = n \quad (4)$$

$$x_1 = c_1 \quad (5)$$

$$x_2 = c_2 \quad (6)$$

der x_i er produksjon av vare i , n_i er arbeidskraft benyttet i produksjonen av vare i , og n_g er arbeidskraft benyttet i produksjonen av det kollektive godet. Vi antar at alle produktfunksjonene har normale egenskaper.

a)

Først lar vi forsyningen av det kollektive godet være bestemt utenfor modellen, og satt til g^0 . Dermed er mengden arbeidskraft som må settes av til produksjonen av det kollektive godet gitt ved $n_g^0 = h^{-1}(g^0)$. Den resterende arbeidskraften som er tilgjengelig er da allokert effektivt dersom følgende betingelse er tilfredsstillt:

$$\frac{\frac{\partial U}{\partial c_1}}{\frac{\partial U}{\partial c_2}} = \frac{\frac{\partial F}{\partial n_2}}{\frac{\partial f}{\partial n_1}} \quad (7)$$

Gi en tolkning av betingelsen.

Forslag til løsning:

Når g er gitt utenfor modellen er allokering av arbeidskraft mellom produksjon av vare 1 og 2 den eneste avveiningen samfunnsplanleggeren står ovenfor. Betingelse (7) forteller oss at arbeidskraften er allokert effektivt når den mengden konsumenten er villig til å oppgi av vare 2 for en marginal økning av konsumet av vare 1, er lik kostnaden i form av redusert produksjon av vare 2 ved en marginal økning i produksjonen av vare 1.

b)

Gi minst ett eksempel på hva det kollektive godet kan være i denne økonomien.

Forslag til løsning:

Det finnes selvsagt mange eksempler. Poenget her er at eksemplet må passe på den måten at det kollektive godet er et gode som gir nytte til konsumenten, og i tillegg gir økt produksjon av de to private godene, for samme mengde av innsatsfaktoren arbeidskraft. Tre eksempler:

- Infrastruktur (for eksempel vei)
- Gatebelysning
- Sikkerhet (forsvar, politi)

c)

La oss nå anta at g kan velges fritt. Sett opp samfunnsplanleggerens maksimeringsproblem, og forklar hvilke avveininger han står ovenfor.

Forslag til løsning:

Det er to frihetsgrader i det følgende optimeringsproblemet:

$$\max_{n_1, n_2, n_g, x_1, x_2, g, c_1, c_2} U(c_1, c_2, g) \text{ gitt (1) – (6)}$$

Samfunnsplanleggeren står dermed ovenfor to avveininger:

- Hvor mye skal produseres av det kollektive godet?
- Hvordan skal den resterende arbeidskraften fordeles?

d)

Forklar hvorfor samfunnsøkonomisk effektiv allokering av ressursene i denne økonomien er kjennetegnet ved betingelse (7) og:

$$\frac{\frac{\partial U}{\partial c_1} \frac{\partial f}{\partial g} + \frac{\partial F}{\partial g} + \frac{\frac{\partial U}{\partial c_2} \frac{\partial g}{\partial c_2}}{\frac{\partial n_2}{h'(n_g)}} = \frac{\partial F}{h'(n_g)} \quad (8)$$

Forslag til løsning:

Betingelse (7) må forstått gjelde i den effektive allokeringen, den forteller oss hvordan arbeidskraften skal fordeles, for en gitt produksjon av det kollektive godet.

Betingelse (8) gir effektiv allokering av arbeidskraften mellom produksjon av vare 2, og produksjon av det kollektive godet, gitt mengden arbeidskraft som benyttes i produksjonen av vare 1: Den samfunnsøkonomiske kostnaden ved en marginal økning av produksjonen av g ved redusert produksjon av vare 2 skal være lik den totale samfunnsøkonomiske gevinsten denne marginale økningen gir. Første ledd på venstre side representerer konsumentens nytte av økt produksjon av vare 1 ved en marginal økning i g , målt i hans betalingsvilje for dette i enheter av vare 2 (konsumentens marginale betalingsvilje for vare 1 ganget med økningen i produksjonen av vare 1). Det andre leddet gir økningen i produksjonen av vare 2. Det tredje og siste leddet gir konsumentens betalingsvilje for en marginal økning i g i enheter av vare 2. Totalt måler altså venstresiden verdien - i enheter av vare 2 - av en marginal økning i g .

Det finnes bare én allokering av arbeidskraften som tilfredsstill r begge betingelsene.

e)

Vi skal nå tenke oss at godet g har den egenskapen at aktører i økonomien kan nektes adgang til å benytte seg av godet. Samtidig er godet ikke-rivaliserende, slik at én aktørs forbruk ikke påvirker andre aktørers nytte av forbruk. Vi kan for eksempel tenke oss en vei - uten k  - der det er mulig å sette opp bomringer. Dersom myndighetene overlater til private bedrifter (som kan representeres ved én representativ produsent)   tilby godet g i markedet, vil den resulterende allokeringen

oppfylle betingelsene (7) og (8)? Hvorfor ikke?

Forslag til løsning:

I denne situasjonen er det mulig for produsenter å tilby det kollektive godet, til en positiv pris, i markedet. Både konsumenten, og de to andre produsentene, vil etterspørre godet. Spørsmålet er om godet vil omsettes i mengden g^* , definert av betingelsene (7) og (8).

Dersom $g = g^*$, vil den representative produsentens kostnad ved den siste enheten som produseres (marginalkostnaden) være $w/h'(n_g^*)$ dersom arbeidskraft omsettes til prisen w , og n_g^* er mengden arbeidskraft som er nødvendig for å produsere g^* . Dersom produsenten kan selge hver enhet til alle tre etterspørerne, vil betingelsen for at den siste enheten skal være lønnsom å produsere dermed være at:

$$3p_g \geq \frac{w}{h'(n_g^*)} \Leftrightarrow p_g \geq \frac{1}{3} \frac{w}{h'(n_g^*)}$$

der p_g er prisen på det kollektive godet.

Produsenten av vare 2 vil tilpasse seg slik at:

$$p_2 = \frac{w}{\partial F / \partial n_2}$$

Dermed vil prisforholdet i markedet (prisen på det kollektive godet målt i enheter av vare 2) måtte være slik at:

$$\frac{p_g}{p_2} \geq \frac{1}{3} \frac{\partial F / \partial n_2}{h'(n_g^*)}$$

Til dette prisforholdet vil ikke alle tre etterspørerne faktisk etterspørre det kollektive godet i mengden g^* . Dermed må produsenten av det kollektive godet øke prisen for at siste enhet skal være lønnsom å produsere. Og prisen må økes så mye

at ingen av etterspørrene vil være villige til å betale for mengden g^* .

Mengden som produseres av det kollektive godet i markedet vil altså være lavere enn g^* , og betingelsene (7) og (8) vil dermed ikke være tilfredsstillt.

NB! Denne oppgaven går det selvsagt an å svare på også på andre måter, dette er ett forslag til besvarelse.

f)

Til slutt skal vi anta at det finnes to grupper av konsumenter i denne økonomien. Den representative konsumenten i den ene gruppen har som før preferanser gitt ved $U(c_1, c_2; g)$. Konsumentene i den andre gruppen kan på samme måte representeres av én aktør, med preferanser gitt ved $\tilde{U}(\tilde{c}_1, \tilde{c}_2, g)$, der \tilde{c}_i er denne konsumentens konsum av vare i . Mengden arbeidskraft som er tilgjengelig i økonomien er den samme som før. Velferden i økonomien er definert (av politikere eller andre) av $W = \alpha U(c_1, c_2; g) + (1 - \alpha)\tilde{U}(\tilde{c}_1, \tilde{c}_2, g)$.

Den realøkonomiske rammen vil nå være gitt ved velferden W , og likningene:

$$x_1 = f(n_1; g) \tag{1}$$

$$x_2 = F(n_2; g) \tag{2}$$

$$g = h(n_g) \tag{3}$$

$$n_1 + n_2 + n_g = n \tag{4}$$

$$x_1 = c_1 + \tilde{c}_1 \tag{5'}$$

$$x_2 = c_2 + \tilde{c}_2 \tag{6'}$$

Vis at velferden er maksimert dersom:

$$\alpha \frac{\partial U}{\partial c_1} = (1 - \alpha) \frac{\partial \tilde{U}}{\partial \tilde{c}_1} \quad , \quad \alpha \frac{\partial U}{\partial c_2} = (1 - \alpha) \frac{\partial \tilde{U}}{\partial \tilde{c}_2}$$

$$\frac{\frac{\partial U}{\partial c_1}}{\frac{\partial U}{\partial c_2}} = \frac{\frac{\partial F}{\partial n_2}}{\frac{\partial f}{\partial n_1}} \quad , \quad \frac{\frac{\partial U}{\partial c_1}}{\frac{\partial U}{\partial c_2}} \frac{\partial f}{\partial g} + \frac{\partial F}{\partial g} + \frac{\frac{\partial U}{\partial g}}{\frac{\partial U}{\partial c_2}} + \frac{\frac{\partial \tilde{U}}{\partial \tilde{g}}}{\frac{\partial \tilde{U}}{\partial \tilde{c}_2}} = \frac{\partial F}{h'(n_g)}$$

og tolk disse betingelsene.

Hvordan vil den velferdsmaksimerende allokeringen endres dersom α øker?

Forslag til løsning:

De fire betingelsene finner vi ved å løse maksimeringsproblemet:

$$\max_{n_1, n_2, n_g, x_1, x_2, g, c_1, c_2, \tilde{c}_1, \tilde{c}_2} \alpha U(c_1, c_2, g) + (1 - \alpha) \tilde{U}(\tilde{c}_1, \tilde{c}_2, g) \text{ gitt (1) - (6')}$$

De to første betingelsene gir oss fordelingen av produsert mengde av de to private godene, mellom de to konsumentene. Effekten på velferden skal være lik uavhengig hvilken konsument som får den siste produserte enheten av hvert gode.

Den neste betingelsen gir oss som før effektiv allokering av arbeidskraften for en gitt mengde g . Merk at betingelsen er uavhengig av α .

Den siste betingelsen forteller igjen at kostnaden - i redusert produksjon av vare 2 - når produksjonen av det kollektive godet økes marginalt, skal være lik den totale gevinsten av denne marginale økningen. Sammenliknet med betingelse (8) er det tilkommet et fjerde ledd som del av gevinsten ved å øke g , nemlig den 'nye' konsumentens betalingsvilje for økningen, i enheter av vare 2.

Dersom α øker vil den velferdsmaksimerende allokeringen endres ved at mer av de private godene blir tildelt den 'gamle' konsumenten (hvis nytte vektlegges med α i nyttefunksjonen). Fordi konsumentenes marginale substitusjonsbrøker endres, vil

dette også endre allokeringen av arbeidskraft (og mengden av det kollektive godet som produseres). Hvilken vei disse endringene går kan vi ikke si noe om.