

Jon Vislie; oktober 2009

Veiledning oppgave 4 – kap. 3

I en økonomi produseres én konsumvare i mengde x , kun ved hjelp av elektrisitet, symbolisert ved E . Produksjonsteknologien for x -varen er gitt ved $x = f(E)$, med positiv og avtakende grenseproduktivitet. Elektrisitet blir i første omgang produsert som vannkraft, via en produktfunksjon $E = E(K)$, som har tilsvarende egenskaper som f -funksjonen, der K er den delen av totale vannreserver A som benyttes i kraftproduksjon. Den delen av vannreservene som ikke brukes i vannkraftproduksjon, $R = A - K$, har en miljøverdi $M = M(R)$ i enheter av x -varen.. Denne funksjonen er selv voksende, men med avtakende derivert. La befolkningen ha en nyttefunksjon gitt som "summen av konsum av fysiske goder og miljøgoder". I første omgang kan du anta at økonomien er lukket.

- a) Med velferdsfunksjonen $W = x + M = f(E(K)) + M(A - K)$, skal du begrunne hvorfor en velferdsmaksimal fordeling av de gitte vannreservene (ved indre løsning) er kjennetegnet ved

$$(1) \quad f'(E) \cdot E'(K) = M'(A - K) \quad \text{eller} \quad f'(E) = \frac{M'(A - K)}{E'(K)}$$

Forklar innholdet i denne betingelsen!

Svar: Marginalbetingelsen i (1) fremkommer direkte ved å maksimere W mhp. K . Det interessante her er *tolkningen*. En gitt vannreserve i kubikkmeter (A), med alternative anvendelser; brukes som produksjonsfaktor i fremstillingen av vannkraft eller som "innsatsfaktor i produksjon av miljøgoder". Vi må derfor foreta en avveining. Denne avveiningen følger av den spesielle utforming av velferd som veier materielle goder sammen med miljøgoder; alt i enheter av x -varen. Velferden skrevet på standard form; $W(x, M)$, har vi gitt en lineær utforming, nemlig som $W(x, M) = x + \theta \cdot M$, når nytten måles i enheter av x . Videre har vi foretatt en normalisering ved å sette $\theta = 1$, som viser antall enheter av x -varen per enhet M .

Den optimale bruken, i henhold til velferdsfunksjonen, er å vurdere avkastningen av bruk av én kubikkmeter i produksjon av vannkraft mot avkastningen (i enheter av x -varen) i form av miljøgoder. Per enhets marginal kubikkmeter i vannkraftproduksjon, gir $E'(K)$ kwh energi. I produksjonen av fysiske goder, oppnår vi marginalt $f'(E)$ flere enheter av x -varen per enhets økning kwh. Dermed vil hver ytterligere kubikkmeter vann brukt i vannkraftproduksjon, gi en økning i tilgangen på x -varen lik $f'(E) \cdot E'(K)$. Denne marginalgevinsten må veies mot hva vi taper av miljøgoder (målt i x -varen) per enhets reduksjon i antall kubikkmeter vann i sin opprinnelige form, nemlig $M'(R) = M'(A - K)$, som vi kan oppfatte som en marginal miljøkostnad per kubikkmeter. På marginen skal gevinsten være lik kostnaden. (Alternativt kan vi se $M'(R)$ som gevinsten av økt tilgang å miljøgoder ved å beholde vannreservene i sin opprinnelige form. Kostnaden

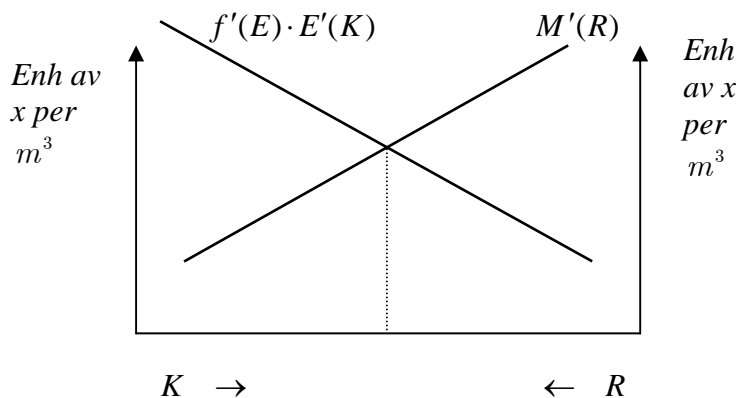
per kubikkmeter urørt natur er dermed det antall enheter av fysiske goder vi da går glipp av eller må forsake; nemlig $f'(E) \cdot E'(K)$.)

Den andre måten å skrive betingelsen i (1) på, uttrykker avkastning og kostnader på marginen per kwh, målt i enheter av x -varen:

$$f'(E) = \text{marginalavkastningen av } x\text{-varen per (marginale) kwh} \\ = \frac{M'(A-K)}{E'(K)} = \frac{\text{antall enh. miljøgoder pr. } m^3}{\text{antall kwh pr. } m^3} = \text{antall enh. miljøgoder pr. kwh.}$$

Vi kan oppfatte denne siste som marginal miljøkostnad i enheter av fysiske goder per kwh; dvs. marginalkostnaden av vannkraftproduksjon (der vi har neglisjert alle andre utbyggingskostnader). Denne marginale miljøkostnaden kan også tolkes som det antall enheter av x -varen som innbyggerne i det minste må ha for å være villig til å avstå en kubikkmeter vann i urørt form, uten at deres velferd går ned.

Den første av disse betingelsene kan illustreres i et badekardiagram, med bredde lik $A m^3$.

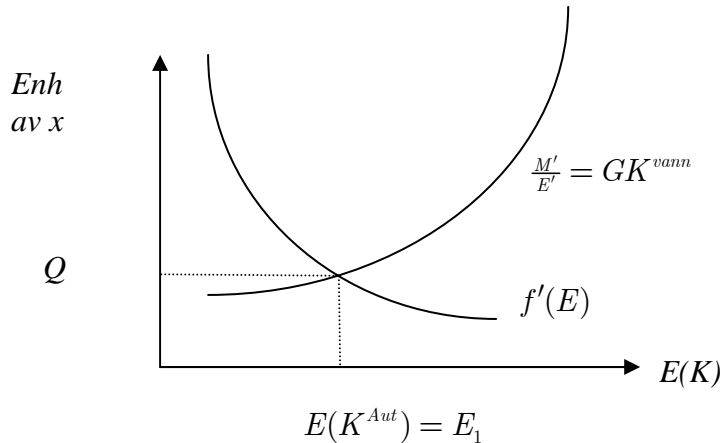


Figur 1

Optimal fordeling av den gitte vannreserven på de to konkurrerende anvendelsene, finner vi der de to kurvene skjærer hverandre.

Hvis vi er til venstre for skjæringspunktet; med $f'(E) \cdot E'(K) > M'(R)$, vil ytterligere bruk av vannreservene til vannkraftproduksjon gi en økning i tilgangen av fysiske goder som overstiger marginal miljøkostnad, som vi kan tolke som det antall enheter av x -varen befolkningen i det minste må ha i kompensasjon for å være villig til å ofre litt natur for ikke å komme på et lavere velferdsnivå. Siden tilgangen av goder overstiger dette kravet, vil det være ønskelig å produsere mer vannkraft.

Betingelsen $f'(E(K)) = \frac{M'(A-K)}{E'(K)}$ kan vi illustrere i et vanlig diagram – vel og merke IKKE et badekardiagram siden denne betingelsen fastlegger samlet tilgang av energi, $E(K)$, der K selv er variabel.



Figur 2

I denne figuren fastlegges optimal vannkraftproduksjon, med kun én anvendelse; E_1 , der Q er autarkilikevektspris på energi (i enheter av x -varen).

b) Anta nå at det er mulig å handle elektrisk kraft internasjonalt til pris q (i enheter av x -varen). La $E(K) = E_1 + E_2$, der E_1 er innenlandsk bruk av vannkraft, mens E_2 er den kraften som eksportertes.

Med balanse i handelen med utlandet, vil eksporten understøtte en import (i enheter av x -varen) lik qE_2 , med velferd $W = f(E_1) + M(A-K) + qE_2 = f(E(K) - E_2) + qE_2 + M(A-K)$.

På hvilken måte vil muligheten for å handle elektrisk kraft internasjonalt påvirke bruken av vannreservene og de innenlandske miljøinteressene? Hva er betingelsen for at det skal være lønnsomt å eksportere elektrisitet? Hvordan påvirkes samlet kraftproduksjon? Hvordan påvirkes produksjonen av x -varen? Begrunn hvorfor en fra optimumsbetingelsen

$f'(E_1) = q = \frac{M'(A-K)}{E'(K)}$, kan påstå at den første likheten fastlegger optimal fordeling av en gitt tilgang E , mens den andre likheten fastlegger optimal produksjon av vannkraft?

Her har elektrisitet produsert som vannkraft fått ytterligere en anvendelse; den kan også handles på et internasjonalt marked til gitt pris q per kwh (i enheter av x -varen). Dermed vil vannkraften som produseres innenlands, $E(K)$, kunne brukes enten til innenlandsk produksjon av x -varen, gitt ved E_1 ,

eller til eksport E_2 , eller en kombinasjon av disse to. (Elektrisitet kan også importeres, men da er $E_2 < 0$. I så fall må denne importen finansieres ved eksport av x -varen.) Vi holder oss til tilfellet med eksport av vannkraft. Velferden er nå:

$$W = f(E_1) + M(A - K) + qE_2 = f(E(K) - E_2) + qE_2 + M(A - K) := W(K, E_2)$$

Her må vi gjøre følgende to avveininger:

- Hvor mye av vannreservene skal brukes til hhv. produksjon av vannkraft og/eller til produksjon av miljøgoder – som over.
- Hvordan bør denne vannkraften, for fastlagt K , fordeles – innenlandsk bruk og eksport.

Sett de deriverte av W mhp. hhv. K og E_2 , lik null. Vi finner da:

$$\frac{\partial W}{\partial K} = f'(E_1) \cdot E'(K) - M'(A - K) = 0$$

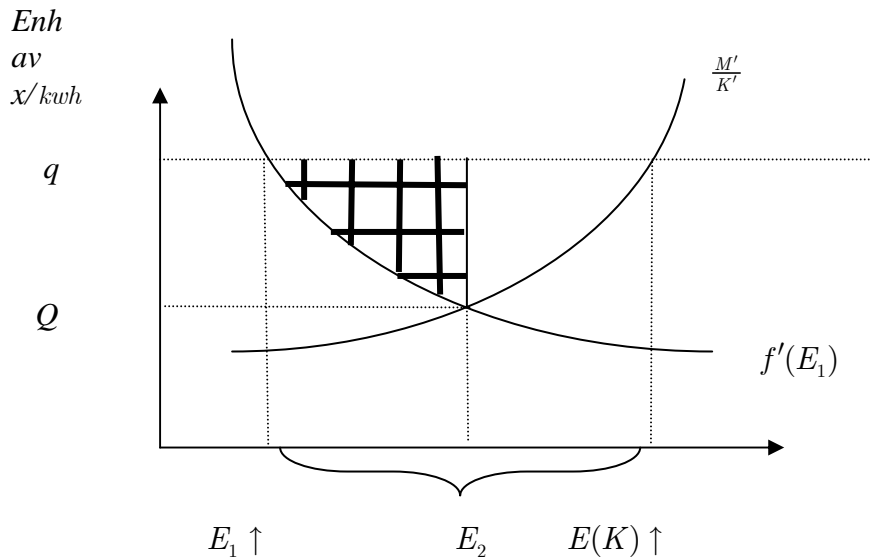
$$\frac{\partial W}{\partial E_2} = f'(E_1) \cdot (-1) + q = 0$$

Den siste av disse betingelsene fastlegger, for gitt K og dermed, for gitt, samlet vannkraftproduksjon, $E(K)$, hvordan vannkraftproduksjonen bør fordeles på innenlandsk bruk og på eksport. Marginalavkastningen i enheter av x -varen per kwh i innenlandsk bruk, er gitt ved grenseproduktiviteten av energi i hjemmeproduksjon, $f'(E_1)$. Denne skal balanseres mot hva en enhet kwh kaster av seg i eksport, nemlig q . Hvis vi har $f'(E_1) < q$, vil vi kunne importere flere enheter av x -varen per enhets krafteksport enn hva vi selv ville kunne frembringe av x -varen ved å bruke energien hjemme.

Den første betingelsen sier (som vist tidligere) at vi skal fordele de gitte vannreservene, A , til vannkraftproduksjon og til produksjon av miljøgoder, med samme tolkning som før. Men, og det er viktig her – de to betingelsene skal holde samtidig – siden marginalavkastningen av innenlandsk bruk av vannkraft påvirkes av eksportprisen; jfr. den andre betingelsen, vil omfanget av utbygging bli påvirket. Vi kan skrive denne som $f'(E_1) = q = \frac{M'(A - K)}{E'(K)}$,

som balanserer marginalavkastningen av ytterligere kwh i innenlandsk anvendelse – i produksjon av x -varen – mot marginalkostnaden i vannkraftproduksjonen; dvs. hvor mye mange miljøgoder det koster å frembringe en ytterligere økning i produksjonen av kwh.

Vi kan illustrere løsningen i et vanlig diagram der vi antar at q er så høy at det lønner seg å eksportere. Her bestemmer vi samlet vannkraftproduksjon, og dens fordeling på de to anvendelsene. Vi tegner grenseproduktiviteten som en fallende kurve i diagrammet, med marginalkostnaden av vannkraft som en stigende kurve.



Figur 3

Vi bør produsere så mye vannkraft at marginalkostnaden er lik prisen q (som er marginalgevinsten av en kwh ved eksport), slik at $\frac{M'(A-K)}{E'(K)} = q$. Den optimale tilgangen av vannkraft, $E(K)$, bør fordeles på de konkurrerende aktivitetene (innenlandsk anvendelse og eksport), slik at

$$q = f'(E(K) - E_2) = f'(E_1) \text{ og } E_2 = E(K) - E_1.$$

Anta, som i figuren, at q overstiger autarkiprisen (likevektsprisen ved optimal produksjon uten internasjonal handel), markert som Q .

- Siden $q > Q$, vil det være samfunnsøkonomisk lønnsomt å eksportere vannkraft. Vi får mer igjen av x -varen (som import) ved å eksportere elektrisitet heller enn å bruke denne hjemme til å produsere x -varen. Betingelsen for at eksport skal være lønnsomt er altså at $q > Q$. Av produksjonen $E(K)$ vil det være samfunnsøkonomisk lønnsomt å eksportere et kvantum E_2 .

- Samlet kraftproduksjon øker sammenliknet med situasjonen der elektrisitet *ikke* handles internasjonalt. Under autarki skal utbyggingen skje inntil $f'(E(K^{aut})) = Q = \frac{M'(A - K^{aut})}{E'(K^{aut})}$, med Q som energipris under autarki. Siden $q > Q$ og grensekostnaden i produksjon av vannkraft, $\frac{M'}{E'}$, selv er stigende i K , vil det, når det er mulig å handle elektrisitet internasjonalt, lønne seg å bygge ut mer; dvs. $E(K)$ stiger og $K > K^{aut}$. Med våre antakelser er K voksende i q . Landet har et komparativt fortrinn i produksjon av elektrisitet.
- Siden innenlandske brukere av kraft bør stilles overfor den høyere prisen q , og grenseproduktiviteten av energi brukt i x -vareproduksjon hjemme er avtakende, vil $E_1 < E(K^{aut})$, med E_1 lavere jo høyere q er. Vi importerer x -varen heller enn å produsere den selv. Vi får flere enheter av x -varen i bytte for eksport av vannkraft enn ved å bruke kraften hjemme til å produsere x -varen. (Hvis innenlandske produsenter skulle få kjøpe elektrisk kraft til samme pris som før, ville vi gi avkall på flere enheter av x -varen enn hva vi kunne ha fått om vi heller eksporterte kraften. Realinntektstapet ved å la innenlandske brukere få kraft til samme pris som før, ville være summen av alle vertikale avstander $q - f'(E_1)$ mellom bruken under autarki og under optimal fordeling ved eksport; antydnet ved skravert del i figuren over. (Jo høyere q er, jo mer av, en voksende $E(K)$, bør eksporteres.)
- "Miljøverninteressene" må vike – det blir færre ikke-utbygde vannreserver.

c) Det oppdages en ny naturressurs, naturgass. Denne ressursen foreligger i en gitt mengde B og kan brukes hjemme til produksjon av varmekraft eller bli eksportert direkte. La G være den mengde naturgass som brukes innenlands til produksjon av varmekraft, med $V = V(G)$ som varmekraftproduksjon, med de vanlige egenskaper til en produktfunksjon, mens $g = B - G$ er eksportert mengde av naturgass som selges internasjonalt til en gitt pris p . Samlet produksjon av elektrisitet er nå gitt ved $E(K) + V(G)$ som kan brukes som innsatsfaktor i innenlandsk produksjon av x -varen eller bli eksportert til pris q . Tolk betingelsen for den velferdsmaksimale allokering, gitt som:

$$(2) \quad f'(E_1) = q = \frac{M'(A - K)}{E'(K)} = \frac{p}{V'(G)}$$

Definer samlet produksjon av elektrisitet som $S = E(K) + V(G)$, som kommer dels som vannkraft og dels som varmekraft. Den samlede produksjonen av elektrisitet S har, som i foregående problemstilling, en innenlandsk anvendelse og til eksport; dvs. $S = E_1 + E_2$. Naturgassen, som foreligger i en gitt mengde B , kan brukes hjemme, i mengde G , til å produsere varmekraft

eller bli eksportert i en mengde g , til en gitt internasjonal pris per kubikkmeter gass lik p , i enheter av x -varen; $B = G + g$. Dersom vi eksporterer g kubikkmeter gass, vil dette isolert sett understøtte en import av x -varen lik pg . Elektrisk kraft kan fremdeles eksporteres til pris q per kwh; dvs. denne angir hvor mange enheter av x -varen vi får per kwh time eksportert. Velferden blir nå:

$$W(K, E_2, G) = f(E(K) + V(G) - E_2) + M(A - K) + q \cdot E_2 + p \cdot (B - G)$$

Samfunnsøkonomisk optimal bruk av ressursene er gitt fra følgende tre betingelser, når vi bruker at $E_1 = E(K) + V(G) - E_2$:

$$\frac{\partial W}{\partial K} = f'(E_1) \cdot E'(K) - M'(A - K) = 0$$

$$\frac{\partial W}{\partial E_2} = -f'(E_1) + q = 0$$

$$\frac{\partial W}{\partial G} = f'(E_1) \cdot V'(G) - p = 0$$

Disse tre betingelsene gir oss svar på følgende spørsmål/avveininger av typen:

- Hvordan bør enhver *gitt* mengde samlet elektrisitetsproduksjon, S , frembringes, der $S = E(K) + V(G)$? Dette krever *kostnadseffektivitet*.
- Hvordan bør den anvendes; $S = E_1 + E_2$? Dette kan vi kalle *brukseffektivitet*.
- Hvor mye bør det produseres av S ? Siden dette også henger sammen med hvor mye som landet selv skal produsere av x -varen, er dette knyttet til *sammensetningseffektivitet*.

Før vi gir en tolkning, la oss løse problemet ved hjelp av Lagranges metode; som her ikke er nødvendig siden vi kan løse problemet direkte ved innsettingsmetoden, slik som vist over. (Det tas med for den som er interessert.)

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Max} [x + M(R) + p \cdot g + q \cdot E_2] \quad \text{gitt} \\ x \leq f(E_1) \quad (\eta) \\ S \leq E(K) + V(G) \quad (\lambda) \\ K + R \leq A \quad (\mu) \\ G + g \leq B \quad (\alpha) \\ E_1 + E_2 \leq S \quad (\beta) \end{array} \right.$$

der vi har fem bibetingelser – skrevet som svake ulikheter – med tilhørende Lagrangemultiplikatorer. Vi skal se at vi får mening med de tre optimumsbetingelsene ved denne metoden. (Anta at bibetingelsene holder som likheter.) Lagrangefunksjonen er:

$$\left\{ \begin{array}{l} L = x + M(R) + p \cdot g + q \cdot E_2 - \eta \cdot (x - f(E_1)) \\ -\lambda \cdot [S - E(K) - V(G)] - \mu \cdot (K + R - A) \\ -\alpha \cdot (G + g - B) - \beta \cdot (E_1 + E_2 - S) \end{array} \right.$$

Vi har følgende variable; 13 i alt: $x, K, R, G, g, E_1, E_2, S, \alpha, \beta, \lambda, \eta, \mu$, der de fem siste er Lagrangemultiplikatorer. Foruten at de fem bibetingelsene må være oppfylt, må vi ha ytterligere åtte betingelser for å få en determinert allokering: Disse finner vi ved følgende åtte marginalbetingelser:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial L}{\partial E_1} = \eta \cdot f'(E_1) - \beta = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial E_2} = q - \beta = 0 \end{array} \right\} \text{optimal bruk av gitt } S$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial L}{\partial R} = M'(R) - \mu = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial K} = \lambda \cdot E'(K) - \mu = 0 \end{array} \right\} \text{optimal bruk av vannreservene } A$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial L}{\partial G} = \lambda \cdot V'(G) - \alpha = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial g} = p - \alpha = 0 \end{array} \right\} \text{optimal anvendelse av gassreservene } B$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial L}{\partial x} = 1 - \eta = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial S} = -\lambda + \beta = 0 \end{array} \right\} \text{optimal produksjon av } x, \text{ hhv. } S$$

Fra den tredje og fjerde betingelsen, finner vi $\lambda = \frac{\mu}{E'(K)} = \frac{M'(R)}{E'(K)}$. Vi har sett at

vi kan tolke denne størrelsen som marginalkostnaden per kwh (i enheter av x -varen) i vannkraftproduksjon. I optimum skal denne marginalkostnaden være lik "skyggeprisen" λ , som må gjenspeile marginalkostnaden av å fremstille elektrisitet som varmekraft. Dette ser vi av den femte og sjette betingelsen som kan skrives som: $\lambda = \frac{\alpha}{V'(G)} = \frac{p}{V'(G)}$, som er marginalkostnaden per kwh i

produksjon av varmekraft. (Skal vi øke varmekraftproduksjonen marginalt med én enhet, må vi øke innsatsen av gass med en mengde $\Delta S = \Delta V = 1 = V'(G) \cdot \Delta G \Rightarrow \Delta G = \frac{1}{V'(G)}$, med hver enhet gass verdsatt til

hva den vil kunne oppnå i alternativ anvendelse (eksport); nemlig p . Dermed er marginalkostnaden i produksjon av varmekraft $\frac{p}{V'(G)}$.)

Legg merke til at betingelsen $GK_s^{Vann} := \frac{M'(A-K)}{E'(K)} = \frac{p}{V'(G)} := GK_s^{varme}$,

fremkommer som løsningen på følgende kostnadsminimeringsproblem: Hvordan bør en gitt mengde elektrisitet S realiseres?

$$\text{Min}_{(G,K)} \{pG + (M(A) - M(A-K)) | E(K) + V(G) = S\}$$

Samlede ressurskostnader ved å frembringe akkurat S enheter energi ved hjelp av vann- og varmekraft, er verdien av de ressurser som brukes for å frembringe S . Gassen brukt i innenlandsk varmekraftproduksjon verdsettes til hva gassen alternativt ville ha kastet av seg; nemlig som eksport av naturgass. På den annen side vil vannkraft bli produsert ved hjelp av vannressurser som har en kostnad lik verdien av miljøtapet ved utbygging, gitt ved differensen mellom uberørt natur og miljøverdien etter å ha tatt K kubikkmeter vann til bruk i vannkraftproduksjon; dvs. $M(A) - M(A-K)$, der $K = A - R$. Jo større K er, jo større er tapet eller kostnaden.

La $-\lambda$ være Lagrangemultiplikatoren, slik at Lagrangefunksjonen tilordnet dette del-problemet er: $\Lambda = pG + M(A) - M(A-K) - \lambda[E(K) + V(G) - S]$. Den kostnadsminimerende faktorkombinasjonen, med G og K , begge positive, men mindre enn hhv. B og A , må nå oppfylle:

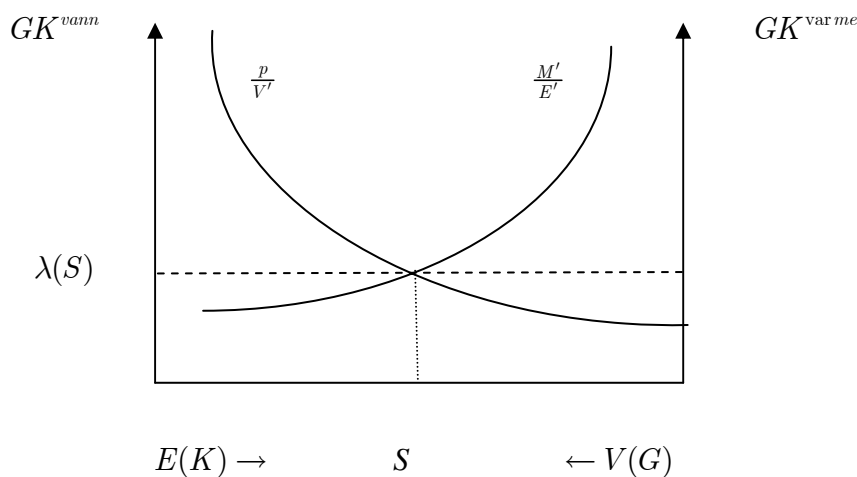
$$\frac{\partial \Lambda}{\partial G} = p - \lambda V'(G) = 0 \quad \text{og} \quad \frac{\partial \Lambda}{\partial K} = M'(R) - \lambda E'(K) = 0$$

som leder fram til marginalbetingelsen $\frac{M'(R)}{E'(K)} = \frac{p}{V'(G)}$. Dette er betingelsen for *kostnadseffektivitet*; den gitte S produseres til laveste ressurskostnader.

Vi kan illustrere denne del-løsningen i et badekardiagram for gitt S , der vi tegner inn de to grensekostnadene; $GK_S^{vann} = \frac{M'(A-K)}{E'(K)}$ som en stigende

funksjon av K , og $GK_S^{varme} = \frac{p}{V'(G)}$, som er en stigende funksjon av G . Denne

betingelsen skal gjelde uansett hva S måtte være, så lenge vi ønsker å fremstille S både som vann- og varmekraft. Grensekostnaden ved å produsere elektrisitet når vi produserer ethvert kvantum S på en kostnadseffektiv måte, er gitt ved $\lambda(S)$.

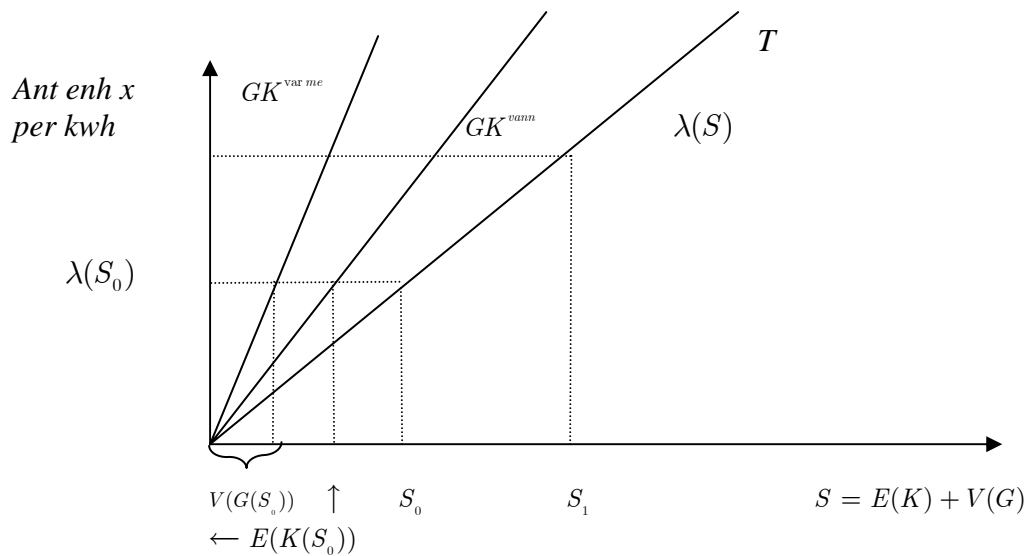


Figur 4

Uansett hva S er, bør vi frembringe denne på denne måten. (Legg merke til at jo større S er, jo høyere er $\lambda(S)$, hvilket en lett vil se om bredden i badekardiagrammet i Figur 4 er større.)

Men da kan aggregert eller samlet tilbud, som fremkommer ved horisontal summering av de to grensekostnadene, illustreres som i Figur 5. (For enkelthets skyld er kurvene lineære.)

For gitt $S = S_0$, har vi at $GK_S^{vann} = \lambda(S_0) = GK_S^{varme}$. For en større elektrisitetsproduksjon $S_1 > S_0$, har vi $GK_S^{vann} = \lambda(S_1) = GK_S^{varme} > \lambda(S_0)$.



Figur 5

Sett at vi skal produsere S_0 . En kostnadseffektiv fremstilling av dette kvantum, er da slik at grensekostnaden er den samme hos vannkraft- og varmekraftprodusentene, og lik $\lambda(S_0)$, som da blir et punkt på den aggregerte tilbudskurven T i Figur 5. Fordelingen av det gitte kvantum S_0 på varmekraft og vannkraft, finner vi å gå fra T -kurven i horisontal retning mot venstre til de to grensekostnadskurvene. Hvor mye som kommer som vannkraft; hhv. varmekraft, finner vi å lese av fordelingen på den horisontale aksene; gitt ved hhv. $E(K(S_0))$ og $V(G(S_0))$.

Vi kan finne tilsvarende fordeling ved et annet produksjonsønske.

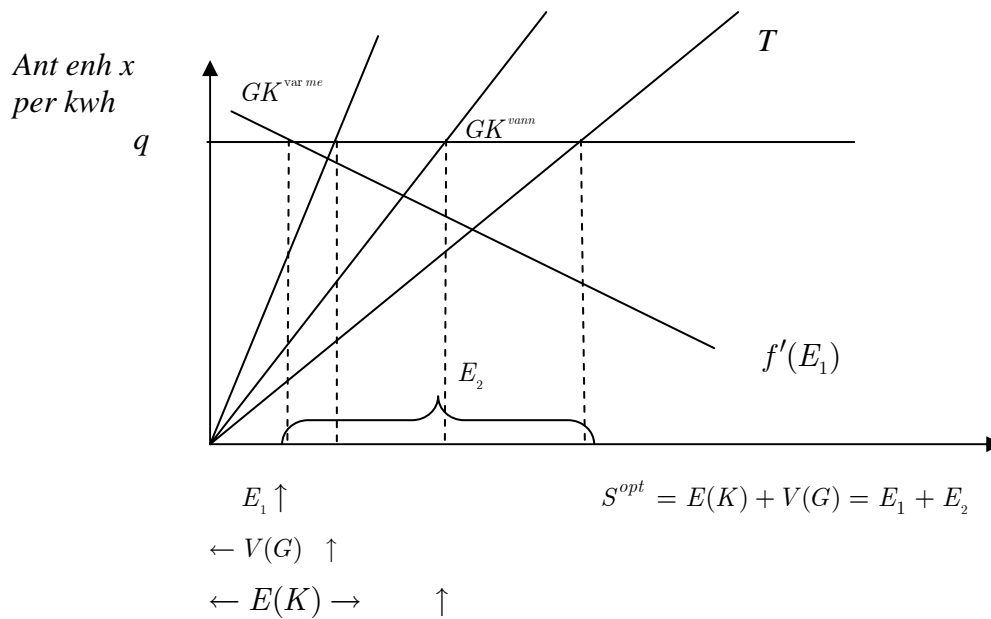
Når det gjelder bruken eller anvendelsen av en gitt samlet energiproduksjon, finner vi at denne bestemmes fra de to første, og den syvende: $f'(E_1) = \frac{\beta}{\eta} = q$.

Denne bestemmer optimal anvendelse av samlet (optimal) energiproduksjon, S , på E_1 og E_2 . (Dette er belyst og forklart i tidligere oppgaver.)

Det siste spørsmålet er knyttet til hvor stor produksjonen av S bør være: Ved å kombinere den siste betingelsen, $\beta = \lambda$, med β som marginalavkastning av energibruk og med λ som tolkning av grensekostnad ved kostnadseffektiv fremstilling av enhver mengde S , finner vi:

$$\beta = f'(E_1) = q = \frac{M'(A-K)}{E'(K)} = \lambda = \frac{p}{V'(G)}$$

Vi kan tegne inn $f'(E_1)$, samt prisen q , i Figur 5, som da vil se ut som:

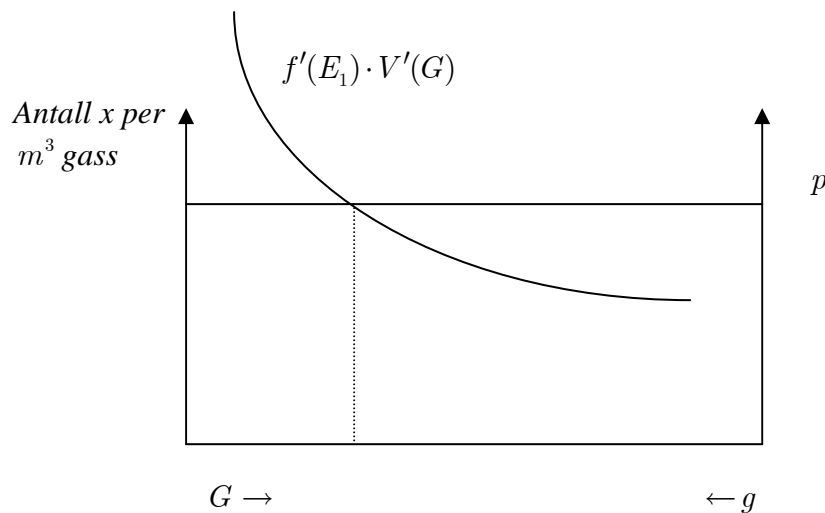


Figur 6

Denne figuren viser fastleggingen av optimal S , kalt S^{opt} , hvordan den produseres og hvordan den anvendes.

Alle spørsmål i oppgaven er knyttet til hvordan konkurrerende anvendelser av de gitte mengdene av naturgass og vannreserver, påvirker optimal forvaltning av dem.

Betingelsen $f'(E_1) \cdot V'(G) - p = 0$ forteller oss hva som er optimal bruk av den gitte gassreserven B . Denne kan illustreres i et badekardiagram, se Figur 7, med bredde lik B , og med antall enheter av x per kubikkmeter gass langs de loddrette aksene. Vi har da:



Figur 7

For å oppsummere:

i) Enhver mengde S skal frembringes på en *kostnadseffektiv* måte, ved at grensekostnaden i varmekraftproduksjon settes lik grensekostnaden i vannkraftproduksjon – denne betingelsen forteller at enhver mengde S fremstilles til så lave kostnader som mulig. Betingelsen for kostnadseffektiv produksjon er:

$$\begin{aligned} \text{grensekostn. per kwh (i enh. av } x \text{) i vannkraftprod.} &= \frac{M'(A-K)}{E'(K)} = \lambda \\ &= \frac{p}{V'(G)} = \text{grensekostn. per kwh i enh. av } x \text{ i varmekraftprod.} \end{aligned}$$

ii) Enhver gitt mengde elektrisitet (S) skal anvendes slik at $f'(E_1) = f'(S - E_2) = f'(E(K) + V(G) - E_2) = q$. Dette er drøftet i b) over.

iii) Samlet produksjon av elektrisitet blir bestemt av at grensekostnad settes lik grenseinntekt; dvs. $\frac{p}{V'(G)} = q = f'(E_1)$. Dette spørsmålet svarer også til hva vi har sett på tidligere. (Fordi kostnadseffektivitet krever at $\frac{p}{V'(G)} = \frac{M'(A-K)}{E'(K)}$, må $f'(E_1) = q = \frac{M'(A-K)}{E'(K)}$.)

d) Gi en kort verbal redegjørelse for hva allokeringsevirkningene vil kunne være av at naturgass oppnår en høyere eksportpris.

Når naturgass oppnår en høyere pris ute, vil innenlandsk kraftproduksjon bli påvirket, dels ved at sammensetningen av S på vann- og varmekraft bør endres (varmekraft er blitt relativt dyrere), samt at produksjonen av S selv vil bli redusert.

En økning i p vil gjøre naturgass som innsatsfaktor i produksjonen av varmekraft dyrere. Siden vi har at q (internasjonal pris på elektrisitet) er uendret, ser vi fra de to første likhetene i $f'(E_1) = q = \frac{M'(A-K)}{E'(K)} = \frac{p}{V'(G)}$, at E_1

og K begge er upåvirket av en økning i p . Dermed vil x og $E(K)$ også være upåvirket av økningen i p . Men det må igjen bety at $V'(G)$ må øke like mye som økningen i p , slik at $\frac{p}{V'(G)}$ holder seg konstant. Siden $V(G)$ er en vanlig

produktfunksjon med $V'(G) > 0$ og $V''(G) < 0$, vil en økning i V' , måtte kreve at G må gå ned. Siden samlet tilgang av naturgass er gitt, vil dermed mengde eksportert av naturgass øke med p .

Fra $S = E(K) + V(G) = E_1 + E_2$, følger det at samlet energiproduksjon, S , synker, i og med at K selv er upåvirket av økningen i p , mens G går ned. Videre, siden E_1 ikke påvirkes av økningen i p , må E_2 gå ned når p øker.

Konklusjon: Høyere internasjonal pris på naturgass, fører til lavere innenlandsk energiproduksjon (S), via lavere produksjon av varmekraft. Vannkraftproduksjonen er som før. Eksporten av naturgass øker, mens eksporten av elektrisitet synker. Det komparative fortrinn i utvinning (og ikke-bearbeiding) av naturgass øker, mens vi opplever en svekkelse i det komparative fortrinn i produksjon av elektrisitet.