Universitetet i Oslo
Økonomisk institutt

Obligatorisk oppgavesett 2 i ECON3120/4120 Matematikk 2

Dato for utlevering: Mandag 18. april 2005

Dato for innlevering: Torsdag 28. april 2005

Innleveringssted: Instituttets ekspedisjonskontor i 12. etasje.

Øvrig informasjon:

- Denne øvelsesoppgaven er **obligatorisk**.
- Denne oppgaven vil IKKE bli gitt en tellende karakter. En eventuell karakter er kun veiledende.
- Du må benytte en ferdig trykket forside som du finner på *http://www.oekonomi.uio.no/info/EMNER/Forside_obl_nor.doc*
- Det er viktig at øvelsesoppgaven blir levert innen fristen (se over). Oppgaver levert etter fristen vil **ikke bli rettet**.[*)]
- Alle øvelsesoppgaver må leveres på innleveringsstedet som er angitt over. Du må ikke levere øvelsesoppgaven direkte til emnelæreren eller ved e-post. Dersom du ønsker å levere inn oppgaven **før** innleveringsfristen, bes du kontakte instituttets ekspedisjonskontor i 12. etasje.
- Dersom øvelsesoppgaven ikke blir godkjent, vil du få en ny mulighet ved at du får en ny oppgave som skal leveres med en svært kort frist. Dersom heller ikke dette forsøket lykkes, vil du ikke få anledning til å avlegge eksamen i dette emnet. Du vil da bli trukket fra eksamen, slik at det ikke vil bli et tellende forsøk.

[*)] Dersom du mener at du har en god grunn til ikke å levere oppgaven innen fristen (for eksempel sykdom) bør du diskutere saken med emnelæreren, og søke om utsettelse. Normalt vil utsettelse kun bli innvilget dersom det er en dokumentert grunn (for eksempel legeerklæring).

Oppgave 1

La $f(x) = (x^2 - a)e^{-bx}$, der a og b er konstanter, $b \neq 0$.

(a) Beregn $f'(x)$ og $f''(x)$.

(b) Sett $a = 5$ og $b = 1/2$. Finn eventuelle lokale og globale ekstrempunkter for f.

(c) Beregn $\displaystyle\int_0^\infty (x^2 - 5)e^{-x/2}\,dx$.

(Forts.)

Oppgave 2

(a) Regn ut determinanten $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & a \\ 1 & 2 & b \end{vmatrix}$.

(b) For hvilke verdier av parametrene a, b og c har likningssystemet

$$\begin{aligned} x + y + z &= c \\ x + 2y + az &= 2c \\ x + 2y + bz &= 2 \end{aligned}$$

(i) én løsning, (ii) flere løsninger, (iii) ingen løsninger?

Oppgave 3

Betrakt problemet

$(*)$ maksimer $f(x, y, z) = x + 2y + \ln(1 + z)$ når $x^2 + y^2 - az = 0$,

der a er en konstant.

(a) Still opp de nødvendige Lagrange-betingelsene for at et punkt (x, y, z) skal løse problemet $(*)$.

(b) Løs problemet $(*)$ når $a = -3$. (Ta det som gitt at det fins en løsning.)

(c) Vis at $(*)$ ikke har løsninger når (i) $a = 0$, (ii) $a = 1$.

Oppgave 4

(a) Vis at hvis $\alpha > 0$, så fins det ikke noen 3×3-matrise $\mathbf{C}$ slik at $\mathbf{C}^2 = -\alpha\mathbf{I}_3$.

(b) Bruk resultatet i (a) til å vise at det ikke fins noen 3×3-matrise $\mathbf{B}$ slik at $\mathbf{B}^2 + \mathbf{B} + \mathbf{I}_3 = \mathbf{0}$.
(*Vink:* Hva er $(\mathbf{B} + \frac{1}{2}\mathbf{I}_3)^2$?)