Universitetet i Oslo
Økonomisk institutt

Obligatorisk oppgavesett 2 i ECON3120/4120 Matematikk 2

Dato for utlevering: Onsdag 19. april 2006.

Dato for innlevering: Torsdag 4. mai 2006.

Leveres på instituttets ekspedisjonskontor i 12. etasje (før kl. 14.00).

Øvrig informasjon:

- Denne øvelsesoppgaven er **obligatorisk**.
- Denne oppgaven vil IKKE bli gitt en tellende karakter. En eventuell karakter er kun veiledende.
- Du må benytte en ferdig trykket forside som du finner på *http://www.oekonomi.uio.no/info/EMNER/Forside_obl_nor.doc*
- Det er viktig at øvelsesoppgaven blir levert innen fristen (se over). Oppgaver levert etter fristen vil **ikke bli rettet**.[*)]
- Alle øvelsesoppgaver må leveres på innleveringsstedet som er angitt ovenfor. Du må ikke levere øvelsesoppgaven direkte til emnelæreren eller ved e-post. Dersom du ønsker å levere inn oppgaven **før** innleveringsfristen, bes du kontakte instituttets ekspedisjonskontor i 12. etasje.
- Dersom besvarelsen ikke blir godkjent, vil du få en ny mulighet ved at du får en ny oppgave som skal leveres med en svært kort frist. Dersom heller ikke dette forsøket lykkes, vil du ikke få anledning til å avlegge eksamen i dette emnet. Du vil da bli trukket fra eksamen, slik at det ikke vil bli et tellende forsøk.

[*)] Dersom du mener at du har en god grunn til ikke å levere oppgaven innen fristen (for eksempel sykdom) bør du diskutere saken med emnelæreren, og søke om utsettelse. Normalt vil utsettelse kun bli innvilget dersom det er en dokumentert grunn (for eksempel legeerklæring).

Oppgave 1

Betrakt problemet

$$\text{maksimer } f(x,y,z) = x + \ln(1+z) \quad \text{når } \begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ x + y + z = 1. \end{cases}$$

(a) Løs problemet ved hjelp av Lagranges metode. Du kan gå ut fra at det fins et maksimumspunkt.

(b) Angi en tilnærmet verdi for endringen i maksimumsverdien av $f(x,y,z)$ hvis den andre beskrankningen i problemet endres til $x + y + z = 1.02$.

(Forts.)

Oppgave 2

Likningssystemet

$$
\begin{aligned}
u^2 + xe^{v^2} - y &= 2 \\
u + e^{v-y^2} + x &= 2
\end{aligned}
\tag{S}
$$

definerer u og v som deriverbare funksjoner av x og y rundt punktet $(x, y, u, v) = (0, -1, 1, 1)$.

(a) Differensier likningssystemet.

(b) Finn verdiene av u'_x, u'_y, v'_x og v'_y i det gitte punktet.

(c) Finn tilnærmede verdier av u og v som passer i (S) når $x = 0.02$, $y = -1.01$.

Oppgave 3

Betrakt matrisen $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a & a-1 & a \\ a-1 & 1 & 0 \\ a & 0 & a \end{pmatrix}$.

(a) Beregn determinanten til $\mathbf{A}$ for alle verdier av a.

(b) Bestem for hvilke verdier av a og b likningssystemet

$$\mathbf{A} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

har uendelig mange løsninger.

(c) For hvilke verdier av a fins det en matrise $\mathbf{B}$ slik at $\mathbf{AB} = \mathbf{A} + \mathbf{B}$?

Oppgave 4

La $f(x) = e^{-x} + a\ln(1 + x^2) - 1$, der a er en positiv konstant.

(a) Regn ut $f'(x)$ og vis at $f(0) = 0$ og $f'(0) < 0$. Hva skjer med $f(x)$ når $x \to \infty$? Vis at det må finnes minst én positiv verdi av x som gir $f(x) = 0$.

(b) Det kan vises (men du skal ikke gjøre det!) at likningen $f(x) = 0$ har nøyaktig én positiv løsning $x = x_a$ (som avhenger av a). Vis at x_a avtar når a vokser. Bestem grenseverdien $\lim\limits_{a\to\infty} x_a$.

Husk at du skal arbeide selvstendig med besvarelsen! Det er OK, og ofte lærerikt, å diskutere oppgavene med andre, men avskrift er forbudt!